

RILIEVO SPERIMENTALE GRAVIMETRICO-MAGNETICO NELL'AVAMPAESE DEI COLLI EUGANEI

CARLO MORELLI

PARTE I - *Misure cötvössiane e gravimetriche.*

I. *Premessa.* — L'Istituto di Geodesia e Geofisica dell'Università di Padova, diretto dal prof. Giovanni Silva, ha in programma uno studio sistematico e intensivo di tutta la regione attorno ai Colli Euganei. Il problema presenta notevole interesse dal punto di vista scientifico, in quanto si tratta di precisare fra l'altro possibilmente la topografia sotterranea dei Colli e l'estensione del loro sperone che già da altro lavoro ⁽¹⁾ sembra spingersi a notevole distanza dalle cime che non sono state sommerse dall'alluvione padano. Ma presenta oggi anche notevole interesse pratico, in quanto elemento di fondamentale importanza per la Geofisica applicata, in una regione dove questa non ha ancora operato a fondo.

Allo scopo di studiare le possibilità strumentali e di organizzazione nonché di determinare le condizioni migliori per l'applicabilità dei vari metodi geofisici per le finalità sopra esposte, nel periodo estivo del 1950 è stato eseguito il rilievo sperimentale di cui qui si rende conto.

In questa prima parte si espongono i risultati delle misure effettuate con la bilancia di torsione e con gravimetro; i risultati delle misure magnetiche verranno esposti in una parte successiva.

Per quanto riguarda la bilancia di torsione, si è trattato in sostanza di continuare l'opera del compianto prof. Soler, il quale ha dedicato buona parte della sua attività a introdurre in Italia tale tipo di strumento, a studiarlo ⁽²⁾ e ad effettuare con esso un interessante profilo anche in questa regione ⁽³⁾-⁽⁴⁾. Da ciò la scelta della zona sperimentale come continuazione verso sud di questo profilo.

Nonostante la tendenza, oggi abbastanza diffusa, a considerare la bilancia di torsione uno strumento un po' sorpassato, soprattutto per l'ingombro, la lentezza delle operazioni e quindi l'elevato costo di campagna, essa rimane pur sempre il mezzo più efficace per la deter-

minazione completa delle particolarità locali del campo gravitazionale terrestre. E bensì anche vero che questi risultati possono essere il più delle volte eccessivamente laboriosi ed esuberanti nella pratica della prospezione geofisica, ma ciò non diminuisce il loro cospicuo interesse sia teorico che pratico. Per discuterne appunto l'importanza e le possibilità si è adoperata anche la bilancia di torsione in questo rilievo sperimentale.

La dettagliata elaborazione dei dati con essa ottenuti che si farà nel seguito va intesa come saggio dei metodi possibili per i calcoli, alla discussione critica dei quali tende appunto la presente relazione.

Di valido aiuto nell'esecuzione pratica delle misure con la bilancia di torsione è stato il dott. Armando Norinelli.

2. *Strumenti adoperati.* — Le misurazioni gravimetriche sono state effettuate sia con bilancia di torsione che con gravimetro, perché — com'è noto — mentre dalla bilancia di torsione si possono ricavare sicuramente i gradienti, se le stazioni eötvössiane non sono molto ravvicinate (v. § 4, *f*) è con il gravimetro che risultano più attendibili le isonome della gravità; ma soprattutto per avere dai risultati gravimetrici un mezzo per controllare quelli eötvössiani.

La *bilancia di torsione*, di proprietà dell'Istituto di Geodesia e Geofisica dell'Università di Padova, è un grande modello Eötvös-Schweydar, a doppio ago, costruita dall'Askania-Werke di Berlino (tipo L.40; n. di matricola: 150). Per la descrizione dello strumento, le caratteristiche d'impiego e le costanti strumentali, citiamo la pubblicazione ^(*) del Soler.

Prima di operare in campagna, lo strumento è stato revisionato all'Istituto di Geodesia e Geofisica a Padova, dove è stata effettuata anche la pratica strumentale con la cortese collaborazione e guida del prof. Giovanni Boaga. Le registrazioni per i due aghi sono state effettuate in tre azimut, con intervallo di 40^m.

Il *gravimetro* adoperato è un Western G 4 A, portante il n. 50 di matricola, e venne gentilmente concesso in prestito dalla Soc. Montecatini, unitamente all'automezzo. Abbiamo già descritto altrove ^(*) le caratteristiche e le rettifiche a questo strumento, nonché le modalità di impiego. Qui ricordiamo solo che la costante di scala ha il valore

$$-0,0789 \text{ mgal div. del tamburo}$$

e che l'errore medio di una differenza di gravità osservata si può ri-

tenere in generale, quando il trasporto sia fatto con cura, dell'ordine di $\pm 0,03$ mgal.

3. *Operazioni di campagna.* — *a)* Con la bilancia di torsione sono state effettuate 20 stazioni alla distanza media di 1,9 km, nella regione compresa fra Albignasego, Carrara, Bovolenta e Legnaro (v. fig. 1). Fissatane preventivamente sulla carta topografica la distribuzione, in modo che essa fosse sufficientemente uniforme, e determinati gli itinerari, è stata effettuata anzitutto una ricognizione preliminare per la scelta in loco delle singole stazioni in posizione tale che tutt'attorno il terreno risultasse piano, e privo di accidentalità e di manufatti cospicui per almeno 100 m, in modo da evitare di doverne tener conto nella riduzione dei valori osservati (v. § 4, *d*).

Lo strumento veniva montato al mattino, lasciato in funzione per le ore diurne, smontato alla sera e rimontato subito dopo nella stazione successiva, dove restava in funzione tutta la notte. In tal modo, comprese alcune stazioni ripetute, le operazioni di campagna sono durate dal 16 al 31 maggio 1950, con qualche interruzione per altri lavori.

La bilancia di torsione veniva sempre montata in apposita capanna (smontabile), e questa protetta a sua volta da apposito tendone impermeabile. In tal modo l'escursione diurna della temperatura nell'interno della capanna, misurata con apposito termometro a massima e minima, si è mantenuta sempre entro pochi gradi: sicché la correzione di temperatura è risultata sempre trascurabile (³).

La descrizione delle stazioni è riportata nella tabella I. Le coordinate geografiche sono ricavate dalle tavolette 1:25.000 dell'I.G.M., e corrette per gli aggiustamenti (successivi alla stampa di dette tavolette) della rete geodetica del 1° ordine, secondo le costanti gentilmente comunicateci dal prof. Boaga.

b) Con il gravimetro sono state effettuate complessivamente 37 stazioni (v. fig. 1): 20 in corrispondenza delle stazioni cötvössiane, e le altre 17 per ampliare la conoscenza del comportamento del campo gravitazionale attorno alla zona rilevata (tabella II), in maniera da includere anche buona parte delle stazioni del Soler (⁴).

Poiché con il gravimetro si faceva stazione in macchina, abbassando dall'interno l'apposito treppiede, in qualche caso non è stato possibile portarsi esattamente sulle stazioni cötvössiane: ci si è posti

TABELLA I — Descrizione delle stazioni eötvössiane-gravimetriche.

N.	Stazioni eötvössiane					Stazioni gravimetriche				
	Località (*)	φ 0 ° ' "	λ (W.M. to Mar'0)	h (m)	Data (maggio 1950)	Ora 1 ^o azim.	Località	h (m)	Data (maggio 1950)	Ora
1	C. Zaggia	45 21 30	0 36 09	9,42	18	11,10	20 m a Sud	9,42	8	12,55
2	C. Zata	19 47	36 35	8,34	29	10,10	30 m a S	8,34		13,25
3	C. Barison	18 57	15	7,00	31	10,10	30 m a W	5,92		14,00
4	C. Sgamborato	18 29	37 07	6,78	30	10,10	stessa	6,40		17,20
5	C. Bertazzolo	17 45	35 30	5,12	30	21,10	stessa	4,78		18,00
6	300 m SW Cagnola	17 03	35 14	4,27	21	10,10	70 m a SW	4,27		18,25
7	C. Nerici	17 49	34 02	4,52	21	21,10	stessa	4,72		18,55
8	350 m E. Bertipaglia	18 48	33 55	7,19	22	11,10	stessa	6,88		19,20
9	C. Vicentin	19 39	34 25	8,82	22	21,10	250 m a ENE	7,69		19,40
10	400 m NE Lion	20 33	34 17	9,95	16	21,10	stessa	9,95		12,25
11	C. Balanzin	20 08	32 40	8,08	23	11,10	40 m a NE	7,09		12,00
12	Ca. Ferri	19 25	32 12	6,09	31	21,10	stessa	6,09		10,00
13	alle Tre Case	18 24	31 54	4,88	24	11,10	stessa	4,88		10,30
14	Marinelle	17 14	32 37	3,29	24	21,10	stessa	3,66		11,00
15	300 m SW km 14	16 39	31 39	2,83	25	11,10	50 m a N	2,80		11,30
16	300 m SW Brusadore	16 37	29 54	3,17	25	21,10	stessa	3,17	15	14,40
17	C. Carrara	17 32	30 35	3,02	26	10,10	sulla strada, 100 m a N del quadrivio	3,11		15,00
18	C. Meneghin	18 16	30 09	4,99	26	21,10	sulla curva della strada, 250 m a N	4,08		15,15
19	N. Volparo	19 16	29 45	6,73	27	10,10	Via Umberto I, al bi- vio di C. Folco	6,21		15,30
20	500 m W Ronciette	20 38	31 29	6,60	27	21,10	30 m a S	7,13		18,30

(*) Nomenclatura dalla carta 1:25.000 I.G.M.

allora nelle immediate vicinanze, come risulta dalla tabella I. Le misure sono state effettuate l'8 e il 15 maggio 1950.

TABELLA II
Stazioni complementari con gravimetro (15 maggio 1950).

N.	Località	Descrizione	φ o ' ''	λ o ' ''	h (m)	Ora
21	Villa Sambonifacio	antico portone	45 22 21	0 36 21	12.69	11.05
22	Ponte d. Fabbrica	accanto alla scaletta	21 20	37 09	12.81	11.20
23	Ponte di Mezzavia	alla Capp. d. Carm.	18 52	38 58	11.67	11.35
24	Catajo	a NE del ponte	17 46	39 49	12.55	11.50
25	Carrara S. Giorgio	ai piedi del camp.	32	37 52	(8.60)	12.05
26	Cartura	porta (N) d. chiesa	16 07	35 40	5.15	12.15
27	Gorgo	davanti la chiesa	38	32 59	(6.80)	12.40
28	Bovolenta	davanti la chiesa	13	30 50	4.81	12.55
29	Legnaro	porta princ. chiesa	20 36	29 27	8.57	15.45
30	Vigorovea	sagrato della chiesa	19 20	27 19	(1.30)	16.00
31	Piove di Sacco	Duomo	17 49	25 08	4.65	16.15
32	Azzarello	chiesa parrocchiale	16 29	29	5.16	16.35
33	Pontelongo	scaletta idrometro	14 56	49	(4.00)	17.00
34	C. Da Zara	strada. 150 m N arg.	15 21	27 03	(4.00)	17.15
35	Campagnola	chiesa parrocchiale	16 44	21	(6.00)	17.30
36	Cont. Conche	ponte sullo Schilla	21	28 35	3.11	17.45
37	Brugine	chiesa parrocchiale	17 53	27 34	(7.00)	18.05

Per la determinazione delle quote delle stazioni gravimetriche, apposita livellazione geometrica è stata eseguita dal dott. Norinelli; di questa egli rende conto a parte (7). Per le stazioni complementari, ci si è appoggiati ai caposaldi altimetrici dell'Istituto Geografico Militare esistenti nella zona. Dove questi mancavano, le quote sono lette dalle tavolette al 25.000 (e indicate fra parentesi).

Stazione di partenza per le misure con gravimetro è stato l'Osservatorio Astronomico di Padova, dove sul portone si era trovato (6): $g = 980.6576$.

4. *Risultati delle osservazioni cötvössiane.* — a) *Formule adoperate nei calcoli.* — Indicando come di consueto, con n_1, n_2, n_3 e n'_1, n'_2, n'_3 , le letture corrispondenti alle posizioni di equilibrio del I e II ago nelle tre direzioni equidistanti in cui si fanno le letture, di cui la prima diretta al Nord magnetico, e ponendo per brevità:

$$r_0 = \frac{1}{3}(n_1 + r_2 + n_3) \quad n'_0 = \frac{1}{3}(n'_1 + n'_2 + n'_3) \quad [1]$$

$$\begin{aligned} d_1 &= n_1 - r_0 & d'_1 &= n'_1 - n'_0 \\ d_2 &= r_2 - r_0 & d'_2 &= n'_2 - n'_0 \\ d_3 &= r_3 - n_0 & d'_3 &= n'_3 - n'_0 \end{aligned} \quad [2]$$

$$U_{\Lambda} = U_{yy} - U_{xx} \quad ,$$

è ben noto che le derivate seconde U_{xz} , U_{yz} ecc. del potenziale gravitazionale terrestre U rispetto ad una terna di riferimento topografica x , y , z , con l'asse delle z diretto verso il basso, l'asse delle x al Nord magnetico e l'asse delle y verso Est, possono essere espresse dalle seguenti formule, in funzione delle costanti dello strumento adoperato ⁽²⁾ ed in unità eötvössiane ($1E = 10^{-3} \text{c.g.s.}$):

$$U_{xz} = +1,5044 \cdot \{ (d_2 - d_3) - 0,9932 \cdot (d'_2 - d'_3) \} \quad , \quad [3]$$

$$U_{yz} = -2,6074 \cdot \{ d_1 - 0,9932 \cdot d'_1 \} \quad , \quad [4]$$

$$U_{\Lambda} = -4,2383 \cdot \{ (d_2 - d_3) + 1,0009 \cdot (d'_2 - d'_3) \} \quad , \quad [5]$$

$$2U_{xy} = -7,3455 \cdot \{ d_1 + 1,0009 \cdot d'_1 \} \quad . \quad [6]$$

Poiché in ogni stazione si eseguono più serie di tre azimut ciascuna (generalmente almeno 3), si tratta di ricavare dalle formule precedenti il *valore più probabile* delle derivate ed il loro errore medio.

Il procedimento classico, introdotto com'è noto dallo stesso Eötvös e seguito dalla maggior parte dei ricercatori, consiste nel concatenare le osservazioni eseguite per ciascun ago secondo lo schema seguente:

$$(I_1, II_1, III_1) (II_1, III_1, I_2) (III_1, I_2, II_2) (I_2, II_2, III_2), (II_2, III_2, I_3), \text{ ecc.}$$

dove con I_s , II_s , III_s , si sono indicate le letture fatte negli azimut I , II , III , della serie s -esima ($s = 1, 2, 3, \dots$). Il vantaggio di questo procedimento consiste soprattutto nel consentire di conoscere i valori delle varie derivate, in corrispondenza delle diverse condizioni (temperatura, umidità, vento, ecc.) in cui si è svolta l'osservazione, cioè in corrispondenza ai diversi *momenti fisici*.

Come si vede, la serie dei valori di n_0 , n'_0 che così si ottengono, e quindi i valori delle d_i , d'_i , non sono fra loro indipendenti. Non è quindi lecito applicare questo procedimento per il calcolo degli errori medi delle derivate seconde.

Abbiamo perciò ritenuto preferibile calcolare direttamente i valori medi di ogni singolo r_i , n'_i ($i = 1, 2, 3$), con i rispettivi errori

X Stazioni gravimetriche
 O elevazioni
 □ Scala edivassiana
 1950
 1954
 gradiente
 curvatura
 0 50 100

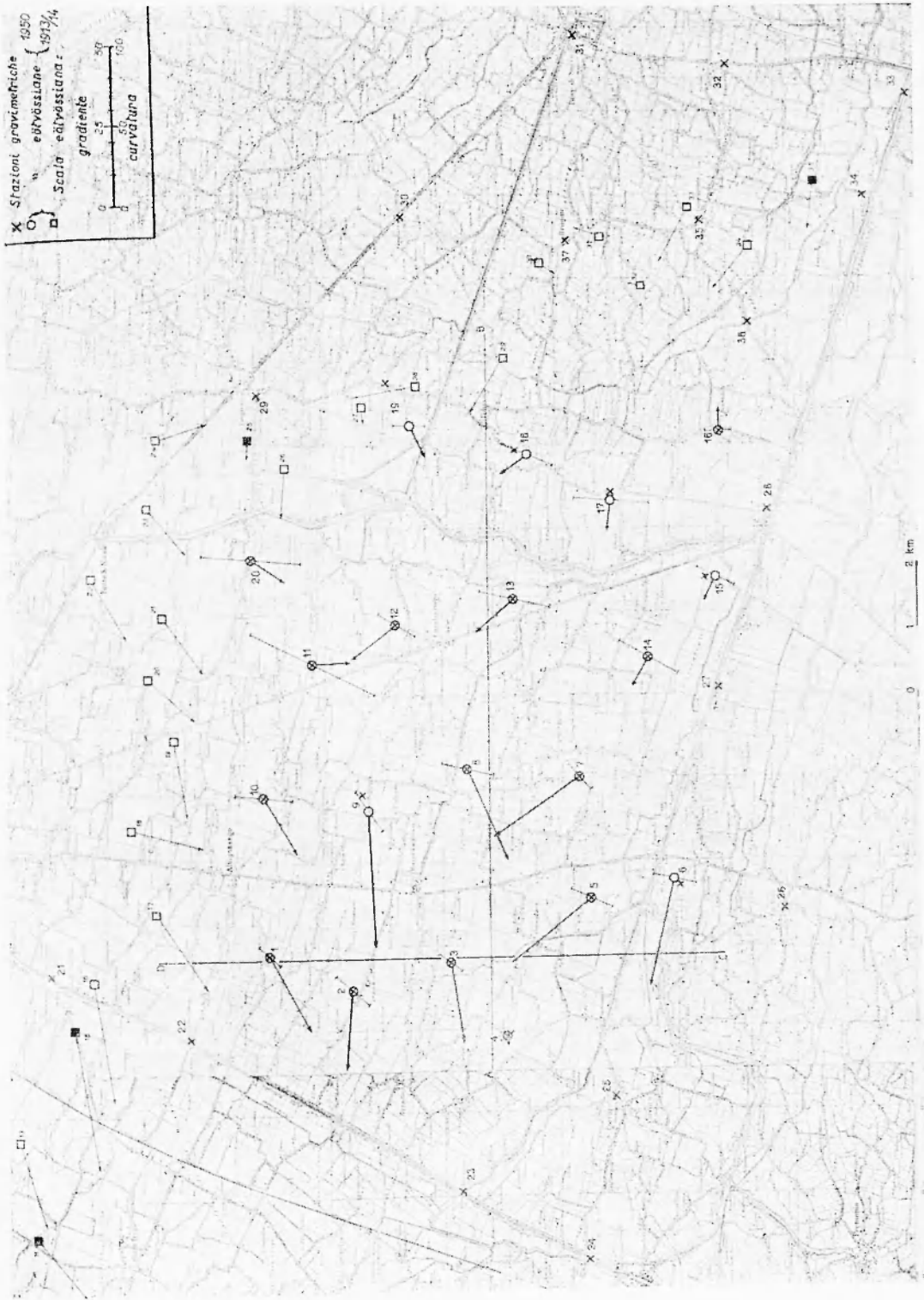


Fig. 1 - Stazioni edivassiane e gravimetriche, gradiente gravimetrico e curvatura.

medi, quale media dei valori osservati: e ricavare poi da questi i valori di n_0, n'_0 in base alle [1], e successivamente le altre quantità in base alle formule precedenti. Fin qui naturalmente i risultati praticamente coincidono con quelli del metodo classico: e la eventuale dipendenza dai diversi momenti fisici risulta nel nuovo metodo dalle variazioni degli n .

Per il calcolo dell'errore medio abbiamo invece espresso le [3], ... [6] direttamente in funzione delle quantità osservate n_i, n'_i fra loro indipendenti. Si sono così ottenute le formule seguenti:

$$U_{xz} = 1,5044 (n_2 - n_3) - 1,4942 (n'_2 - n'_3) \quad , \quad [7]$$

$$U_{yz} = -1,7383 \cdot n_1 + 0,8691 (n_2 + n_3) + \\ + 1,7265 \cdot n'_1 - 0,8632 (n'_2 + n'_3) \quad , \quad [8]$$

$$U_{\Lambda} = -4,2383 \cdot (n_2 - n_3) - 4,2421 \cdot (n'_2 - n'_3) \quad , \quad [9]$$

$$2U'_{xy} = -4,8970 \cdot n_1 + 2,4485 (n_2 + n_3) - \\ - 4,9014 \cdot n'_1 + 2,4507 (n'_2 + n'_3) \quad . \quad [10]$$

L'errore medio delle derivate si è calcolato allora applicando la formula relativa all'errore medio di una funzione lineare di quantità osservate. I valori che con questo metodo si ottengono per gli errori medi delle derivate seconde del potenziale gravitazionale sono naturalmente maggiori, in valore assoluto, di quelli ricavati col metodo classico: ma, ripetiamo, ciò è dovuto al fatto che nel metodo classico il calcolo è basato su quantità non indipendenti.

b) *Risultati delle osservazioni calcolati col nuovo metodo.* — I valori n_i, n'_i sono stati letti direttamente dalle lastre, per evitare eventuali deformazioni della carta fotografica.

Omettendo, per ragioni tipografiche, di riportare tutte le tabelle relative ai valori osservati ed ai calcoli in ogni singola stazione, riassumiamo invece nella tabella III i valori medi delle derivate seconde con i rispettivi errori.

L'errore medio risulta dunque in media per le diverse derivate (in unità cötvössiane)

$$M_{xz} = \pm 1,6 \quad , \quad M_{yz} = \pm 1,5 \quad , \quad M_{\Lambda} = \pm 4,4 \quad , \quad M_{2xy} = \pm 4,3 .$$

Come si vede e tenuto conto di quanto sopra si è detto, gli errori medi sono soddisfacenti, e corrispondenti al tipo di strumento impiegato. I tipi più moderni della bilancia di torsione costruiti dalla stessa

TABELLA III

Valori medi osservati delle derivate seconde del potenziale terrestre, con i rispettivi errori medi (10^{-9} c.g.s.).

Stazione	n. azimut osservati	U_{xz}		U_{yz}		U_{Δ}		$2 U_{xy}$	
		valore	errore medio	valore	errore medio	valore	errore medio	valore	errore medio
1	12	12.5	± 1.9	- 21.9	± 1.9	± 0.9	± 5.4	± 17.2	± 5.3
2	9	+ 1.1	2.2	22.1	2.0	± 2.7	6.1	- 25.7	5.7
3	9	- 4.2	1.2	- 23.6	1.2	± 6.4	3.4	± 16.7	3.4
4	12	0.1	2.0	1.8	1.9	- 11.8	5.8	6.0	5.4
5	9	+ 23.1	1.6	20.4	2.2	- 13.1	4.6	23.0	5.2
6	9	+ 6.4	2.2	- 32.2	2.5	23.4	6.1	- 11.4	7.1
7	12	+ 30.2	1.5	2.5	1.5	+ 1.6	4.1	- 20.8	4.3
8	9	13.6	2.0	26.3	1.8	± 31.8	5.5	- 9.4	5.1
9	12	- 2.8	1.0	- 41.2	0.8	19.5	2.8	16.7	2.2
10	12	- 11.1	1.6	- 15.3	1.3	± 6.2	4.4	± 3.7	3.7
11	12	11.0	1.8	± 0.7	2.3	- 49.3	5.2	± 63.2	6.6
12	12	+ 11.8	1.1	- 10.0	0.7	- 19.5	1.8	± 15.8	1.9
13	12	+ 10.7	1.7	- 9.8	2.5	- 20.1	4.5	+ 7.7	7.1
14	12	+ 1.1	1.5	7.9	0.9	17.0	4.2	- 34.9	2.6
15	9	+ 3.0	1.7	- 7.4	1.4	- 12.4	4.8	± 18.0	4.0
16	12	+ 0.5	1.1	+ 5.1	1.7	- 16.7	3.2	- 2.5	2.0
17	12	+ 0.6	1.5	- 8.3	1.6	47.6	4.2	- 0.7	4.4
18	12	+ 6.7	1.2	- 5.7	0.1	- 22.5	3.3	- 22.8	3.1
19	6	- 4.2	2.0	9.4	1.7	- 20.6	5.7	- 0.1	1.7
20	12	- 8.2	1.3	- 4.7	0.3	- 61.9	2.9	3.8	2.6

Casa assicurano oggi una precisione un po' maggiore; ma vedremo più avanti (§ 6) che anche così i risultati delle osservazioni si possono riguardare sufficientemente attendibili per gli scopi geofisici dell'impiego.

c) Risultati delle osservazioni calcolati col metodo Marcantoni. — Per controllare i risultati della tabella III, essi sono stati tutti ricalcolati secondo il metodo proposto dal prof. Marcantoni (*). Ciò anche allo scopo di confrontarne la speditezza, che ne costituisce il pregio principale, con quella del metodo qui proposto.

Riportiamo nella tabella IV i valori risultanti per le derivate seconde col metodo Marcantoni, con gli errori medi e le differenze dai valori della tabella III.

Rispetto al metodo da noi proposto, il metodo Marcantoni presenta il vantaggio di essere un po' più spedito; e per certo lo è molto più del metodo classico. Senonché esso obbliga a considerare

TABELLA IV
Valori medi calcolati col metodo Marcantoni.

Serie	U_{xz}			U_{yz}		U_{Δ}			$2U_{xy}$	
	Valore	Errore	Diff.	Valore	Diff.	Valore	Errore	Diff.	Valore	Diff.
1	-12,5	± 0,9	0,0	-21,8	-0,1	+ 1,0	± 2,6	-0,2	+ 17,1	± 0,2
2	+ 0,9	1,5	+ 0,2	-23,1	+ 1,0	+ 2,1	4,1	-0,3	+ 28,6	± 3,0
3	- 4,4	1,0	+ 0,2	-22,5	-1,1	+ 6,3	2,7	-0,1	+ 16,0	-0,7
4	- 0,1	1,2	0,0	- 1,3	-0,1	+ 11,9	3,1	0,0	- 5,6	± 0,1
5	+ 24,2	1,5	-1,1	-19,2	-1,2	-12,6	4,3	+ 0,6	-21,8	± 1,2
6	+ 5,9	1,7	+ 0,1	-32,4	+ 0,2	-20,9	5,0	+ 2,5	- 7,2	± 1,3
7	+ 30,5	1,1	-0,3	-22,2	-0,3	+ 2,4	3,2	+ 0,8	+ 20,6	-0,2
8	-13,7	1,3	+ 0,1	-26,4	+ 0,2	+ 32,0	3,8	+ 0,3	+ 10,5	± 1,1
9	- 2,8	0,2	0,0	-41,4	+ 0,2	-19,5	0,6	0,0	-16,9	-0,2
10	-11,0	1,0	0,0	-15,6	+ 0,2	+ 36,3	2,8	+ 0,1	+ 4,1	+ 0,6
11	-10,9	1,5	-0,1	+ 0,7	0,0	+ 48,9	1,1	-0,1	62,7	-0,5
12	+ 12,9	0,8	-0,1	+ 11,0	+ 1,0	+ 20,1	2,2	+ 0,6	+ 15,2	-0,6
13	+ 10,8	1,5	-0,2	- 9,	-0,1	+ 20,5	1,1	+ 0,1	+ 7,5	-0,1
14	+ 3,1	1,2	+ 1,0	- 8,1	0,5	-20,6	3,3	-3,5	-33,1	+ 1,8
15	+ 2,6	1,0	+ 0,3	- 5,3	-2,1	+ 11,5	3,0	+ 2,1	+ 20,7	+ 2,6
16	+ 0,5	0,2	0,0	+ 5,1	0,0	+ 6,6	0,6	0,0	- 2,5	0,0
17	+ 0,5	1,3	+ 0,1	- 8,0	-0,3	-17,9	3,7	-0,3	+ 1,1	+ 0,1
18	+ 7,1	0,9	-0,7	- 5,7	0,0	+ 21,0	2,1	-1,5	+ 22,3	-0,5
19	- 5,2	0,9	+ 1,0	- 6,3	-3,1	+ 20,9	2,1	+ 0,3	- 2,9	-3,0
20	-10,3	0,2	+ 2,2	- 5,6	+ 1,9	- 63,6	0,6	-1,7	- 2,3	+ 1,1

serie complete, e possibilmente nello stesso numero per i due aghi: sicché qualora, come spesso succede in pratica, anche uno solo degli n o n' risulti anomalo e debba quindi essere scartato, si è portati a scartare tutti gli altri 5 valori della serie. I risultati sono sufficientemente approssimati, come risulta anche dal confronto fra i valori della tabella IV e quelli della tabella III (che, come si è detto, praticamente coincidono con quelli calcolati col metodo classico delle terne: vi si possono bensì notare differenze anche di $2E$ nelle U_{xz} , U_{yz} e di $4E$ nelle U_{Δ} , $2U_{xy}$, ma esse sono entro i limiti degli errori medi.

Gli errori medi risultano in media col metodo Marcantoni:

$$M_{xz} = M_{yz} = \pm 1,1 E \quad ; \quad M_{\Delta} = M_{2xy} = \pm 3,0 E$$

Cioè, minori di quanto sopra, come già sappiamo essere il caso col metodo classico. Ciò vuol dire che anche nel metodo Marcantoni le quantità che entrano nei calcoli non sono tutte fra loro indipendenti. E difatti, un esame più approfondito del metodo rivela — come già notato dal Marcantoni stesso (*) — che per ogni singola serie di azimut misurati si ricavano due equazioni sovrabbondanti: il che equi-

vale, nel metodo classico, a calcolare più valori di una stessa derivata, sempre valendosi di quell'unica serie di misure.

Solo per quel che riguarda le derivate, e dato lo scopo del controllo qui eseguito, prenderemo per base di quel che segue *le medie* (tabella V) fra i valori risultanti col metodo qui proposto (tabella III) e col metodo Marcantoni (tabella IV).

d) *Correzione alle derivate seconde del potenziale.* — È noto che uno dei motivi principali per cui oggi la bilancia di torsione è considerata uno strumento finissimo di indagine sì, ma un po' sorpassato, è da ricercarsi (oltre alla grande lentezza, e quindi al notevole costo delle operazioni) nel contributo delle correzioni da applicare ai valori osservati: in terreni accidentati, oltre che molto laboriose nei calcoli, esse possono risultare spesso tali da far dubitare seriamente dell'attendibilità dei valori risultanti.

Nel nostro caso però il terreno era prevalentemente piano, e ogni cura si è posta per evitare un influsso sensibile delle inevitabili piccole accidentalità del terreno, e dei manufatti, secondo quando ora vedremo: sicché le correzioni residue sono solo quelle dovute ai Colli Euganei, abbastanza distanti perché il loro contributo fosse molto piccolo, e in ogni caso perfettamente determinabile. Perciò i valori corretti delle derivate seconde si potranno riguardare con fiducia, e l'applicabilità della bilancia di torsione per ricerche nella zona indicata troverà altra giustificazione e sostegno.

I) *Riduzione per l'altezza.* — Trascurabile, dato il carattere piano della zona.

II) *Correzione topografica.* — Già abbiamo detto che per eliminare questa correzione, i punti di stazione sono stati scelti sufficientemente lontani da ogni accidentalità, naturale o artificiale, del terreno, che potesse avere sullo strumento un influsso apprezzabile. Precisiamo ora che anzitutto il punto di stazione veniva accuratamente spianato e livellato per almeno 2 m attorno allo strumento, e che esso veniva scelto distante almeno 50 m da cascinali, canali o altri manufatti anche modesti, e almeno 100 m da quelli più cospicui.

Per controllare ad ogni modo il contributo delle accidentalità superficiali vicine, in una delle stazioni (n. 19) dove esso si poteva considerare massimo per una più sensibile varietà superficiale, è stata eseguita — secondo il metodo classico — la livellazione radiale in 3 direzioni angolarmente equidistanti, determinando su ogni raggio la

differenza di quota fra il punto stazione e i punti alle distanze di 5, 20, 50 e 100 m. I valori massimi sono stati:

a	5 m	,	+	6,8	cm	in	direzione	NE
	»	»	»	55,0	»	»	»	N
	»	»	»	106,1	»	»	»	NW
	»	»	»	41,1	»	»	»	NE .

Calcolate le correzioni per le varie derivate con le formule note ⁽⁹⁾, esse sono risultate dei seguenti importi (sempre in unità cötvössiane):

$$\begin{aligned} \Delta'U_{xx} &= -0,003 & , & & \Delta'U_{\Delta} &= -0,032 & , \\ \Delta'U_{yz} &= -0,009 & , & & \Delta'U_{xy} &= +0,016 & , \end{aligned}$$

Come si vede, essi sono del tutto trascurabili e giustificano pienamente quanto detto sopra.

Resterebbe ancora da tener conto del contributo dei fossi e canali: e il Soler ⁽³⁾ riporta appunto alcune semplici formule dell'Eötvös per calcolare tale contributo. Nel nostro caso, poiché si è trattato sempre di canali d'irrigazione di piccola sezione, e lo strumento si collocava sempre il più lontano possibile da essi, anche tale contributo è risultato trascurabile. Solo rispetto al Bacchiglione esso non sarebbe trascurabile, per una stazione come la n. 15 che ne distasse circa 550 m, qualora si tenesse conto solo della sua larghezza (circa 70 m) e della sua profondità (circa 3 m). Senonché tale deficienza di massa viene compensata dalla massa d'acqua fluente, e dagli argini, alti circa 5 m e larghi altrettanto.

III) *Correzione cartografica.* — Come ben noto, il calcolo di questa correzione si effettua, col metodo seguito dall'Eötvös, scomponendo il terreno attorno alla stazione in corone circolari di km in km, suddividendo ognuna di queste in 36 settori, determinando per ognuno di questi la quota media e calcolandone poi l'influsso per le diverse derivate.

Le masse che emergono dall'alluvione padana sono nel nostro caso i Colli Euganei, per i quali si sono ottenuti per le diverse derivate, e per le stazioni più vicine ai Colli stessi, i contributi riportati nella tabella V.

Come si vede, l'influsso della parte visibile dei Colli Euganei è apprezzabile, per le stazioni più vicine ai colli stessi, solo per la derivata U_{Δ} , e anche per questa in maniera molto ridotta: sicché si possono riguardare con fiducia i risultati di osservazioni cötvössiane effettuate nella zona in esame. Anzi, in questo senso essa si potrà considerare ideale per l'impiego della bilancia di torsione.

TABELLA V

Valori medi delle derivate e correzioni cartografiche.

Stazione	U_{xz}		U_{yz}		U_{λ}		$2U_{xy}$	
	val. med.	corr. cart.	val. med.	corr. cart.	val. med.	corr. cart.	val. med.	corr. cart.
1	-12,5	0,0	-21,9	0,0	+ 1,0	- 1,0	+ 17,3	+ 0,3
2	+ 1,0	0,0	-22,6	0,0	+ 2,6	- 1,8	+ 27,1	+ 0,3
3	- 4,3	0,0	-23,0	0,0	+ 6,4	- 2,2	+ 16,4	+ 0,1
4	- 0,1	0,0	- 1,8	0,0	+ 11,9	- 4,3	- 5,8	0,0
5	+ 23,6	0,0	-19,8	0,0	-12,8	- 1,1	- 22,4	- 0,2
6	+ 6,1	0,0	-32,3	0,0	-22,2	- 0,6	- 9,3	- 0,2
7	+ 30,4	0,0	-22,4	0,0	+ 2,0	- 0,4	+ 20,7	0,0
8	-13,7	0,0	-26,3	0,0	+ 31,9	- 0,4	+ 10,0	0,0
9	- 2,8	0,0	-41,3	0,0	- 19,5	- 0,6	- 16,8	- 0,1
10	-11,0	0,0	-15,5	0,0	+ 36,3	- 0,3	+ 4,0	- 0,1
11	-10,9	0,0	+ 0,7	0,0	+ 49,1	0,0	+ 62,9	0,0
12	+ 12,4	0,0	-10,5	0,0	+ 19,8	0,0	+ 15,5	0,0
13	+ 10,7	0,0	- 9,7	0,0	+ 20,3	0,0	+ 7,6	0,0
14	+ 3,6	0,0	- 8,1	0,0	-18,8	0,0	- 34,0	0,0
15	+ 2,8	0,0	- 6,3	0,0	+ 13,4	0,0	+ 19,4	0,0
16	+ 0,5	0,0	+ 5,1	0,0	+ 16,7	0,0	- 2,5	0,0
17	+ 0,6	0,0	- 8,2	0,0	- 47,8	0,0	+ 0,9	0,0
18	+ 7,1	0,0	- 5,7	0,0	+ 21,8	0,0	+ 22,6	0,0
19	- 4,7	0,0	- 7,8	0,0	+ 20,8	0,0	- 1,5	0,0
20	- 9,3	0,0	- 5,6	0,0	- 62,8	0,0	- 3,1	0,0

e) *Riduzione al meridiano astronomico.* -- Per passare dal sistema topografico avente l'asse delle x nella direzione del Nord magnetico determinato al momento dell'osservazione, a quello avente l'asse delle x nella direzione del meridiano astronomico, si tratta di effettuare una rotazione degli assi di riferimento nel piano orizzontale di un angolo pari alla *declinazione magnetica*. Applicando le ben note formule della geometria analitica, e assumendo per tutte le stazioni della zona considerata (data la loro limitata estensione in longitudine) il valore medio per la declinazione di $3^{\circ} 10' W$ nel maggio 1950 (dedotto dalla carta magnetica d'Italia 1:2.000.000 dell'I.G.M. al 1948,0 e corretto in base alla variazione secolare registrata all'Osservatorio magnetico di Genova), si ottengono in definitiva i valori per le derivate seconde riportati in tabella VI.

Con questi valori sono costruite le curve delle isogamme delle quattro derivate, che riportiamo nelle figure 2-5 in quanto costituiranno la base per i calcoli di dettaglio successivi (v. § 7). Per il completamento di queste figure sono state considerate anche le stazioni del Soler⁽⁴⁾ in esse incluse.

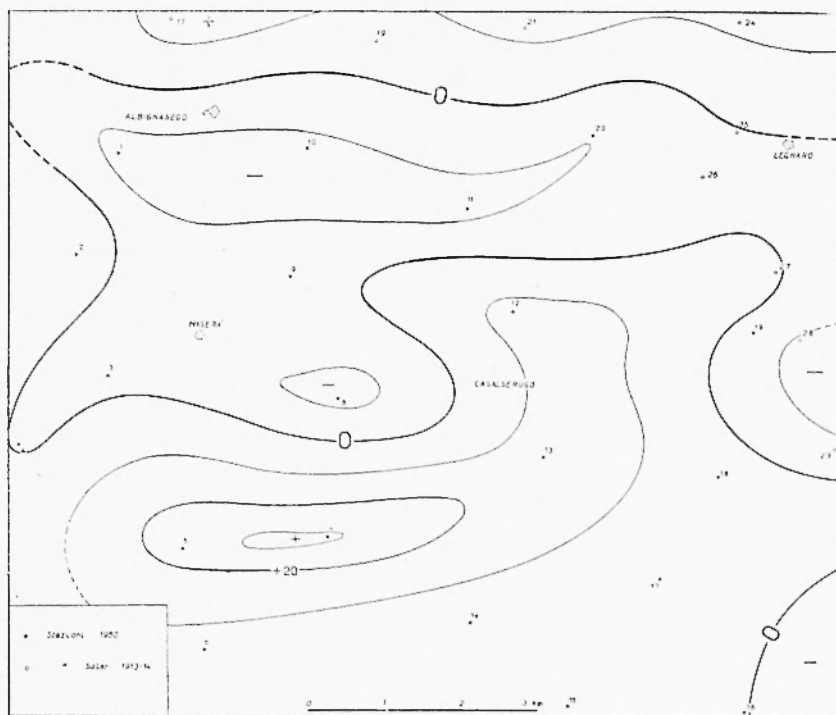


Fig. 2 - Isogamme di U_{xz} (in 10^{-9} c.g.s.).

f) *Gradiente gravimetrico e differenze di gravità.* — Calcolando dalle prime due colonne della tabella VI i valori del *gradiente gravimetrico* G e del suo azimut α mediante le note formule

$$G = \sqrt{(U'_{xz})^2 + (U'_{yz})^2} \quad \text{tg } \alpha = \frac{U'_{yz}}{U'_{xz}} \quad [11]$$

si ottengono i valori riportati nella tabella VI.

Noto il vettore gradiente gravimetrico per ogni stazione, si può calcolare ⁽⁹⁾ la *differenza di gravità* Δg fra le due stazioni P_1 e P_2 moltiplicando la media delle due proiezioni G'_1 e G'_2 di G_1 e G_2 sulla retta $P_1 P_2$, per la distanza $\overline{P_1 P_2}$:

$$\Delta g = \overline{P_1 P_2} \cdot \frac{G'_1 + G'_2}{2} \quad [11']$$

Questo calcolo si può anche fare più speditamente per via grafica, su una carta a scala sufficientemente grande.

Nella tabella VI sono riportate le differenze di gravità Δg cal-

colate sulla base delle misure eötvössiane, e anche le stesse differenze misurate direttamente con gravimetro (v. § successivo), dopo aver ridotto le misure gravimetriche alla stessa quota di quelle eötvössiane, quando le due stazioni non erano coincidenti (anche se, come è noto, l'effetto della quota sulle derivate seconde del potenziale è trascurabile). Come si vede, anche se nella maggior parte dei casi l'accordo è soddisfacente (in quanto la media dei valori assoluti delle differenze è 1.1 mgal), esso non è tale in alcuni casi singoli, dato che su tratte di solo 2 km si hanno differenze anche di 3,5 mgal. Differenze analoghe si sono riscontrate anche fra i valori del Soler ⁽³⁾-⁽⁴⁾ e quelli del presente rilievo gravimetrico, come risulta dalla tabella VII.

Poiché le osservazioni con gravimetro possono considerarsi esatte entro pochi decimi di mgal (v. § 5), questi scarti devono essere attribuiti per la massima parte alle differenze di gravità dedotte dal rilievo eötvössiano.

Difatti, considerando che l'errore medio delle due derivate U_{xz} e U_{yz} è $\pm 1,6 \cdot 10^{-9}$ (v. b), per la [11] l'errore medio di G diventa:

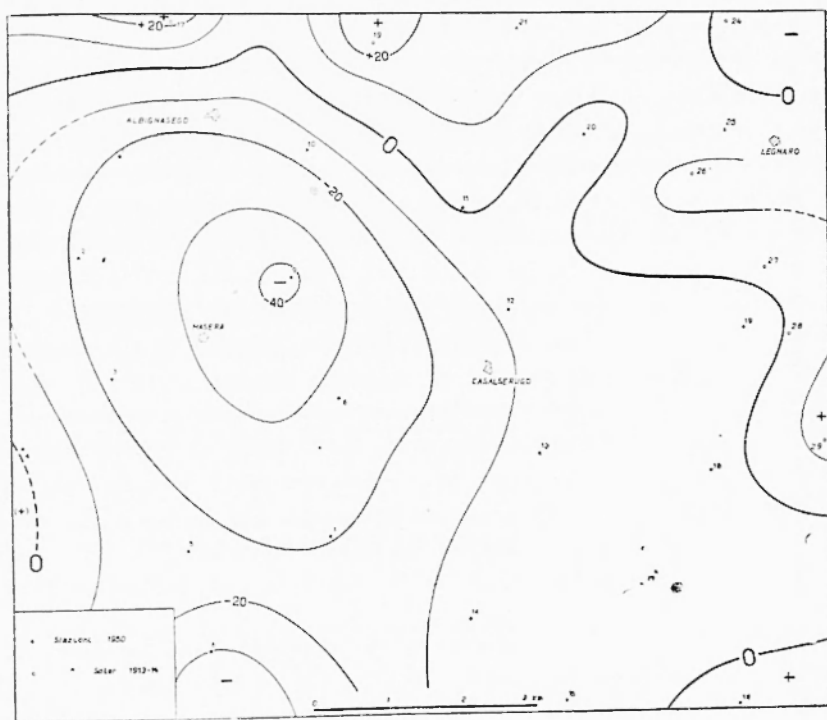


Fig. 3 - Isogamme di U_{yz} (in 10^9 c.g.s.).

TABELLA VI — Valori delle derivate seconde depurate del contributo topografico e cartografico, e riferite al meridiano astronomico. Gradiente gravimetrico G e differenze di gravità Δg . Curvatura eötvössiana K .

Stazione	U'_{xz}	U'_{yz}	U'_{Λ}	$2 U'_{xy}$	G	α	Distanza	Δg (mza)			K	β
								bilancia	gravim.	diff.		
1	- 11.3	- 22.5	+ 2.0	+ 17.9	25.2	243 20	1440	+ 1.9	- 2.8	- 0.9	18.0	41 49
2	+ 2.2	- 22.5	+ 3.8	+ 27.6	22.6	275 35	1630	- 1.0	- 0.1	- 0.9	27.9	41 05
3	- 3.0	- 23.2	+ 5.9	+ 16.9	23.4	262 38	1460	+ 1.6	+ 1.6	0.0	17.9	35 23
4	0	- 1.8	+ 6.9	- 5.0	1.8	270 00	2540	- 3.8	- 3.3	- 0.5	8.5	327 02
5	+ 24.7	- 18.5	- 16.4	- 24.2	30.9	323 10	1350	- 2.8	- 2.7	- 0.1	29.2	204 56
6	+ 7.9	- 31.9	23.7	- 12.2	32.9	283 55	2200	- 1.3	- 4.8	+ 3.5	26.7	193 37
7	+ 31.6	20.7	+ 3.9	+ 20.7	32.0	326 46	1910	+ 1.2	- 1.0	+ 2.2	21.1	49 50
8	- 12.2	- 27.1	+ 32.4	+ 13.4	29.7	245 46	1700	+ 1.2	+ 0.8	+ 0.4	35.1	11 14
9	- 0.5	- 41.4	21.8	- 19.0	41.4	269 19	1680	- 1.5	- 2.5	+ 1.0	28.9	200 34
10	- 10.2	- 16.0	+ 36.4	+ 7.8	19.0	237 29	2230	- 0.8	- 2.6	+ 1.8	37.2	6 03
11	10.9	+ 0.1	+ 55.7	+ 67.9	10.9	179 29	1470	- 0.4	+ 0.1	- 0.5	87.8	25 19
12	+ 12.9	9.8	+ 21.4	+ 17.6	16.2	322 47	1940	- 2.7	0.0	- 2.7	27.7	29 43
13	+ 11.3	- 9.1	+ 21.0	+ 9.8	14.5	321 51	2310	- 0.9	+ 1.4	- 2.3	23.2	12 30
14	+ 4.0	7.8	- 22.5	- 35.9	8.8	297 09	1680	- 1.3	- 2.1	+ 1.1	42.4	208 58
15	+ 3.1	- 6.2	+ 15.5	+ 20.7	6.9	296 34	2300	0.0	- 0.8	+ 0.8	25.9	26 35
16	+ 0.2	+ 5.1	+ 16.3	- 0.7	5.1	87 45	1980	+ 0.4	+ 0.7	- 0.3	16.3	358 46
17	+ 1.0	- 8.1	- 47.4	4.4	8.2	277 02	1460	+ 0.1	- 0.5	+ 0.6	47.6	182 39
18	+ 7.4	- 5.3	+ 24.1	+ 24.8	9.1	324 23	1930	0.0	- 1.0	- 1.0	34.6	22 55
19	- 4.3	- 8.1	+ 20.5	+ 0.9	9.2	242 02	3310	- 0.2	+ 0.7	- 0.9	20.5	1 15
20	- 8.9	- 6.1	- 62.7	- 10.0	10.8	244 26					63.5	184 32

$$M_a = \pm 2,10^{-9}$$

L'errore medio di Δg dedotto con la [11'] diventa allora

$$M_{\Delta} = \pm 2, \overline{P_1 P_2} \cdot 10^{-9} = \pm 0,2 \text{ mgal/km.}$$

Con le distanze della tabella VI, si dovrebbero quindi trovare differenze fra bilancia e gravimetro al massimo dell'ordine del mgal. Poiché invece esse sono in qualche caso sensibilmente maggiori, e dato che ciò non è dovuto ad errori di riduzione (la correzione cartografica per la U_{xz} e U_{yz} è nulla; v. tabella V) mentre gli errori di graficismo connessi col metodo stesso hanno dimostrato di non portare errori superiori a 0,7 mgal, vuol dire che in quei casi l'ipotesi della variazione lineare di G fra le due stazioni non è sufficientemente approssimata: cioè, che in quei casi le stazioni sono troppo distanti fra loro per poter applicare il procedimento sopra esposto.

Questo risultato va inteso col carattere sperimentale di questa ricerca: qualora si dovessero effettuare altre campagne eötvössiane attorno ai Colli Euganei, converrà non distanzare più di 500 m fra loro le stazioni eötvössiane nella fascia più prossima ai Colli stessi.

Né esso, nonostante la grande precisione con cui vengono misurati i gradienti gravimetrici, deve far stupire: i risultati di integrazioni basate su dati non sufficientemente vicini per garantire l'integrazione stessa, sono spesso molto meno sicuri di quanto si è generalmente portati a credere. Per esempio, nella rete gravimetrica tedesca si sono riscontrate differenze perfino di 15 mgal non appena la integrazione dei gradienti eötvössiani veniva estesa a distanze un po' maggiori ⁽¹⁰⁾.

Si conclude che per zone dove il campo gravimetrico presenta anomalie locali spiccate, come per quella in esame (v. § 5), *le differenze di gravità dedotte mediante la bilancia di torsione non sono attendibili se le stazioni non sono sufficientemente vicine*. Ciò anche perché, mentre le misure con gravimetro risentono soprattutto delle ineguaglianze di masse profonde, sulle derivate U_{xz} , U_{yz} influiscono pure differenze di massa prossime al piano orizzontale (specie se vicine), che sul gravimetro hanno invece influenza ridotta.

Ritorneremo più avanti (§ 6) su questo argomento.

g) *Curvatura eötvössiana*. — Com'è noto, Eötvös indica con K l'espressione $\frac{1}{2}(U'_{\lambda\lambda})^2 + (2U'_{xx})^2$, e la denomina *curvatura*. Indicando con R_1 , R_2 i raggi principali di curvatura della superficie equipotenziale passante per il punto stazione, si può scrivere

TABELLA VII — *Differenze di gravità fra le stazioni del Soler incluse nel presente rilievo gravimetrico.*

n.	Stazioni Soler Δg (mgal)	Rilievo gravimetrico Δg (mgal)	Differenze (mgal)
15			
16	— 4.2	— 0.8	— 3.4
17	— 1.1	— 1.2	— 0.2
25			
26	+ 0.7	— 0.2	+ 0.9
27	— 1.0	— 0.5	— 0.5
28	— 0.8	— 0.2	— 0.6
29	— 2.2	+ 0.7	— 2.9
30	— 1.4	— 0.5	0.9
31	— 0.1	0.4	+ 0.3
32	— 0.5	+ 0.2	— 0.7
33	— 1.1	0.9	— 0.2
34	— 0.6	+ 1.0	— 1.6
35	— 1.9	— 1.5	— 0.4
25 35*	8,9	— 2,3	— 6,6

* La stazione n. 25 del Soler è in prossimità di Legnaro, mentre la n. 35 è abbastanza distante da Pontelongo. Fra il n. 25 e il n. 35 il Soler (4) aveva trovato con la bilancia: $\Delta g = -9.0$ mgal, che si accorda molto bene con il valore da noi sopra ricalcolato. Invece fra Legnaro e Pontelongo il prof. Silva aveva ottenuto con il bipendolo Mioni (4): $\Delta g = -5.4$ mgal. Questo valore differisce sia da quello trovato con la bilancia fra le stazioni n. 25 e n. 35, sia da quello trovato con il gravimetro fra le stesse stazioni; e ciò si spiega, perché le stazioni eötvössiane non coincidono con quelle pendolari. Invece la differenza con gravimetro fra le nostre stazioni n. 29 (prossima a Legnaro) e n. 33 (a Pontelongo) è $\Delta g = -6.4$ mgal; sicché la differenza trovata dal prof. Silva col bipendolo si scosta da questa solo di 1.0 mgal.

$$K = g \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad [12]$$

per cui K misura lo scostamento della superficie equipotenziale dalla figura sferica. Inoltre l'azimut β della sezione principale di massima curvatura è

$$\operatorname{tg} 2\beta = \frac{2U'_{xy}}{U'_{\Lambda}} \quad [13]$$

col quadrante determinato dalle $\operatorname{sen} 2\beta = \frac{2U'_{xy}}{K}$, con $2\beta = \frac{U'_{\Lambda}}{K}$.

I valori di K e di β sono riportati nella tabella VI; e nella fig. 1

la curvatura K è rappresentata come di consueto con un segmento dimezzato dal punto di stazione e con l'azimut β . Per la [12], K è il prodotto dalla curvatura differenziale, espressa in 10^{-12} rad/cm, moltiplicata per g , il cui valore è circa 10^3 c.g.s.; quindi i valori di K risultano espressi in unità di 10^{-9} : cioè, dello stesso ordine di grandezza dell'unità Eötvös (pur avendo dimensioni diverse).

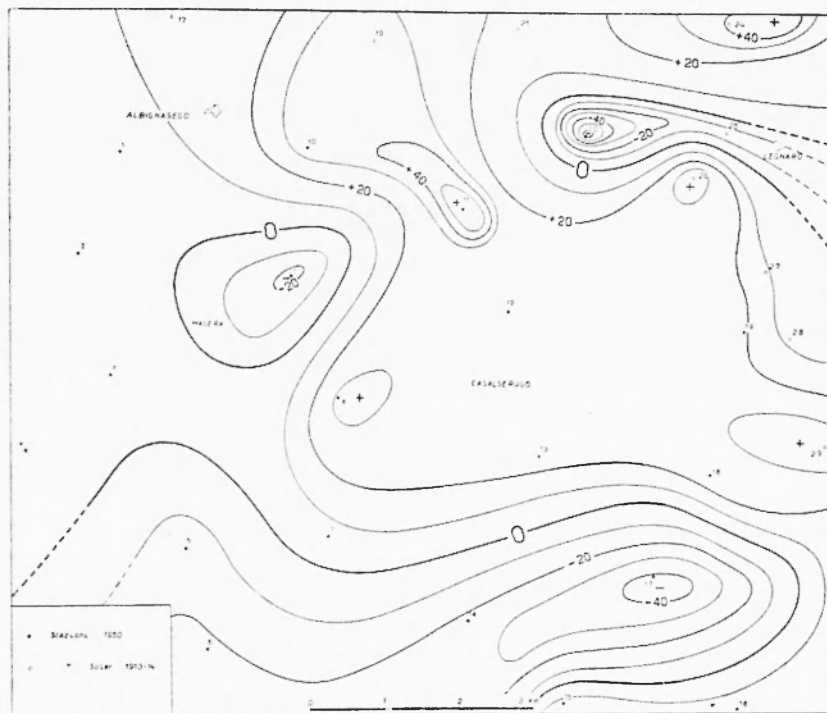


Fig. 4 - Isogamme di U_{Δ} (in 10^9 c.g.s.).

5. *Risultati delle osservazioni con gravimetro.* — Avendo già minutamente descritto ⁽⁶⁾ i criteri relativi alle osservazioni con il gravimetro Western G 4 A n. 50, ed alle riduzioni da applicare allo stesso, ci limitiamo a riportare nella tabella VIII il quadro riassuntivo dei valori osservati e ridotti. In essa figurano nell'ordine:

- col. 2: la differenza $\Delta'g$ di gravità osservata;
- » 3: la correzione per la variazione diurna della gravità;
- » 4: la differenza Δg della gravità corretta per la variazione diurna:

TABELLA VIII — Valori gravimetrici osservati, ridotti e valori normali ed anomalie.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Stazio- ne n.	$\Delta'g$ (mgal)	V.D. (mgal)	Δg (mgal)	g (gal)	δg (mgal)	g_0 (gal)	γ'_0 (gal)	$g_0 - \gamma'_0$ (mgal)	Calotta sferica m _{1a'}	$g' - g$ (mgal)	g'' (gal)	$g''_0 - \gamma'_0$ (mgal)
Padova				980,657,64		980,662,05	980,665,65	- 3,60	- 1,27	+ 0,02	980,660,80	- 4,85
1	+ 13,80	+ 0,04	+ 13,84	,671,48	+ 4,41	,674,39	,661,76	- 12,63	- 0,84	+ 0,02	,673,57	+ 11,81
2	+ 2,83	+ 0,01	+ 2,84	,674,32	+ 2,91	,676,89	,659,18	+ 17,71	- 0,74	+ 0,02	,676,17	+ 16,99
3	+ 0,25	0	+ 0,25	,674,57	+ 1,84	,676,41	,657,93	+ 18,48	- 0,53	+ 0,02	,675,90	+ 17,97
4	+ 1,36	+ 0,04	+ 1,40	,675,97	+ 1,98	,677,95	,657,23	+ 20,72	- 0,57	+ 0,03	,677,41	+ 20,18
5	+ 3,34	0	+ 3,34	,672,63	+ 1,48	,674,11	,656,13	+ 17,98	- 0,43	+ 0,02	,673,70	+ 17,57
6	+ 2,76	0	+ 2,76	,669,87	+ 1,32	,671,19	,654,98	+ 16,21	- 0,38	+ 0,02	,670,83	+ 15,85
7	+ 4,84	0	+ 4,84	,665,03	+ 1,46	,666,49	,656,22	+ 10,27	- 0,42	+ 0,01	,666,08	+ 9,86
8	+ 0,84	- 0,01	+ 0,85	,664,18	+ 1,10	,666,30	,657,70	+ 8,60	- 0,61	+ 0,01	,665,70	+ 8,00
9	+ 1,10	0	+ 1,10	,665,28	+ 2,10	,667,38	,658,97	+ 8,41	- 0,47	+ 0,01	,666,92	+ 7,95
10	+ 2,80	- 0,05	+ 2,85	,662,43	+ 3,07	,665,50	,660,33	+ 5,17	- 0,88	+ 0,01	,664,63	+ 4,30
11	+ 2,26	0	+ 2,26	,660,17	+ 2,19	,662,36	,659,70	+ 2,66	- 0,63	+ 0,01	,661,74	+ 2,04
12	+ 0,17	- 0,03	+ 0,20	,659,97	+ 1,88	,661,85	,658,63	+ 3,22	- 0,54	+ 0,01	,661,32	+ 2,69
13	+ 0,05	+ 0,01	+ 0,04	,659,93	+ 1,51	,661,44	,657,10	+ 4,34	- 0,45	+ 0,01	,661,00	+ 3,90
14	+ 1,26	+ 0,01	+ 1,27	,661,20	+ 1,13	,662,33	,655,35	+ 6,98	- 0,32	+ 0,01	,662,02	+ 6,67
15	+ 2,29	0	+ 2,29	,658,91	+ 0,86	,659,77	,654,47	+ 5,30	- 0,24	+ 0,01	,659,54	+ 5,07
16	+ 0,80	0	+ 0,80	,658,11	- 0,98	,659,09	,654,43	+ 4,66	- 0,28	+ 0,01	,658,82	+ 4,39
17	+ 0,61	+ 0,01	+ 0,62	,658,73	- 0,96	,659,69	,655,83	+ 3,86	- 0,28	+ 0,01	,659,42	+ 3,59
18	+ 0,17	+ 0,01	+ 0,16	,658,57	- 1,26	,659,83	,657,08	+ 2,75	- 0,36	+ 0,01	,659,48	+ 2,40
19	+ 1,07	0	+ 1,07	,657,59	- 1,92	,659,42	,658,71	+ 0,71	- 0,56	0	,658,86	+ 0,15
20	+ 0,73	- 0,07	+ 0,66	,658,16	- 2,20	,660,36	,660,45	+ 0,09	+ 0,64	+ 0,01	,659,73	+ 0,72
21	+ 10,01	+ 0,01	+ 10,02	,668,18	+ 3,92	,672,10	,663,02	+ 9,08	+ 1,18	+ 0,02	,670,94	+ 7,92
22	+ 3,82	0	+ 3,82	,672,00	+ 3,96	,675,96	,661,50	+ 14,46	+ 1,10	+ 0,02	,674,88	+ 13,38
23	+ 4,63	0	+ 4,63	,676,63	+ 3,61	,680,24	,657,80	+ 22,44	+ 1,04	+ 0,08	,679,28	+ 21,48
24	+ 0,57	0	+ 0,57	,676,06	+ 3,88	,679,94	,656,15	+ 23,79	+ 1,13	+ 0,13	,678,94	+ 22,79
25	+ 1,36	- 0,01	+ 1,35	,677,41	+ 1,67	,680,08	,655,80	+ 24,28	- 0,78	+ 0,04	,679,34	+ 23,54
26	+ 7,65	0	+ 7,65	,669,76	+ 1,59	,671,35	,653,67	+ 17,68	- 0,53	+ 0,02	,670,84	+ 17,17
27	+ 8,60	0	+ 8,60	,661,16	+ 2,10	,663,26	,654,45	+ 8,81	- 0,61	+ 0,01	,662,66	+ 8,21
28	+ 3,10	0	+ 3,10	,658,06	+ 1,48	,659,54	,653,83	+ 5,71	- 0,42	0	,659,12	+ 5,29
29	+ 0,42	- 0,08	+ 0,34	,658,40	+ 2,64	,661,04	,660,40	+ 0,64	- 0,84	0	,660,20	+ 0,20
30	+ 0,13	- 0,01	+ 0,14	,658,26	+ 1,33	,659,59	,658,50	+ 1,09	- 0,39	0	,659,20	+ 0,70
31	+ 3,48	0	+ 3,48	,654,78	+ 1,44	,656,22	,656,23	+ 0,01	- 0,41	0	,655,81	+ 0,42
32	+ 1,22	- 0,01	+ 1,23	,653,55	+ 1,59	,655,14	,654,23	+ 0,91	- 0,46	0	,654,68	+ 0,45
33	+ 1,50	- 0,02	+ 1,52	,652,03	+ 1,52	,653,55	,651,90	+ 1,65	- 0,44	0	,653,11	+ 1,21
34	+ 3,58	0	+ 3,58	,655,61	+ 1,23	,656,84	,652,53	+ 4,31	- 0,35	0	,656,49	+ 3,96
35	+ 1,29	- 0,01	+ 1,28	,656,89	+ 1,85	,658,74	,654,70	+ 4,04	- 0,53	0	,658,21	+ 3,51
36	+ 2,08	0	+ 2,08	,658,97	+ 0,97	,659,94	,654,03	+ 5,91	- 0,28	0	,659,66	+ 5,63
37	+ 1,24	0	+ 1,24	,657,73	+ 2,16	,659,89	,655,93	+ 3,96	- 0,62	0	,659,27	+ 3,34

- col. 5: il valore g della gravità osservata, riferito al valore 980,6576 già ricordato per Padova;
- » 6: la correzione δg in aria libera;
- » 7: il valore g_0 ridotto al livello del mare;
- » 8: la gravità normale γ'_0 secondo la formula internazionale 1930;
- » 9: le anomalie secondo Faye $g_0 - \gamma'_0$;
- » 10: la riduzione per la calotta sferica, considerata fino alla zona O_2 di Hyford (166,7 km attorno al punto di stazione), per una densità delle masse topografiche al disotto e all'intorno del punto di stazione presa uguale a 2,1 (per considerare parzialmente, oltre all'alluvione padano — vicino — anche le rocce più dense, euganee, e altre, più lontane);
- » 11: la correzione topografica $g'-g$, calcolata — con i criteri già specificati (⁶) e tenendo conto delle diverse densità — fino al limite della zona L di Hayford (28,8 km): come si vede, tale correzione è molto piccola, e praticamente costante per la maggior parte delle stazioni: per le più lontane dai Colli Euganei essa è poi addirittura trascurabile, nell'ordine di approssimazione seguito:
- » 12: il valore g''_0 secondo la riduzione di Bouguer modificata;
- » 13: le anomalie $g''_0 - \gamma'_0$ secondo Bouguer.

Tali risultati sono compendati nella carta delle isoanomalie secondo Bouguer, riportata in figura 6.

Discuteremo più avanti (§ 9) nei dettagli il significato fisico di tali anomalie. Qui però, prima di procedere all'ulteriore elaborazione dei dati, dobbiamo notare che la caratteristica anomalia positiva attorno ai Colli Euganei, già messa in evidenza in (¹), viene confermata e precisata nella parte qui considerata, indicando anzitutto chiaramente la direzione in cui si estende lo sperone dei Colli Euganei.

Per mettere però meglio in evidenza tale topografia sotterranea, conviene sottrarre ai valori dell'anomalia totale sopra messi in evidenza quelli dell'*anomalia regionale*, in modo che i residui si possano interpretare come *anomalie locali*. Per questo naturalmente necessita la conoscenza dell'andamento regionale delle isanomale, che generalmente si ricava da una rete preliminare a larghe maglie, la quale ricopra e circonda per sufficiente estensione la zona in esame.

In attesa di poter eseguire tale rilievo gravimetrico regionale attorno ai Colli Euganei, abbiamo utilizzato quello che risulta dal lavoro d'insieme già menzionato (¹), e che in particolare per la zona in

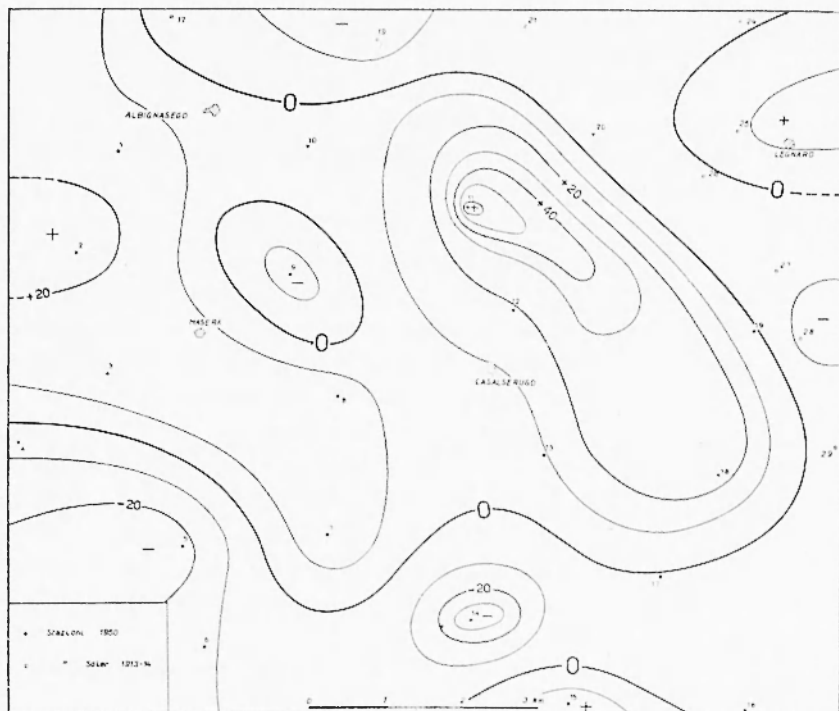


Fig. 5 - Isogramme di $2U_{yy}$ (in 10^{-9} e.g.s.).

esame è basato su 4 stazioni pendolari del prof. Silva (Abano, Mandria, Legnaro e Pontelongo; 1913-14) e una del prof. Ballarin (Monfalcone, 1936): poiché è nota ⁽¹⁾ la precisione di tali misure, tanto che l'errore medio *effettivo* si può ritenere non superiore a 1,5 mgal (il che per misure pendolari eseguite tanti anni or sono è una precisione notevole), questo andamento regionale si può ritenere sufficientemente attendibile.

Ricostruito su scala più grande tenendo conto anche delle stazioni con gravimetro qui eseguite, esso risulta dalla fig. 7, unitamente alle anomalie residue, che si possono riguardare quali *anomalie locali*.

Risulta anzitutto che l'anomalia *regionale* presenta un gradiente molto spiccato al margine immediato dei Colli Euganei, e che questo va diminuendo man mano che da essi ci si allontana, in particolare verso Est. Ciò sta a significare che lo sperone sopra menzionato verso Est è meno ripido, e si prolunga per maggior estensione.

A questo andamento regionale si sovrappongono le anomalie lo-

cali, di cui risultano chiaramente individuate *due positive* in corrispondenza della zona a Nord di Carrara S. Giorgio (st. n. 25) e della zona di Brugine (staz. n. 37), ed *una negativa* molto estesa da Bovolenta (staz. n. 28) fino a Nord di Casalserugo (staz. n. 11). Qualora si potesse ammettere una densità costante, l'andamento delle isanomale locali dovrebbe corrispondere allo scostamento della topografia sotterranea dall'andamento regolare messo in evidenza dalle isanomale regionali. Ciò, in altre parole, lo sperone degli Euganei presenterebbe due creste in corrispondenza delle anomalie positive, separate da un avvallamento in corrispondenza delle anomalie negative.

Sarebbe naturalmente equivalente per gli effetti osservati la presenza di masse più dense in corrispondenza delle due anomalie positive, e di masse meno dense in corrispondenza dell'anomalia negativa.

6. Vettori perturbazione e curvatura *cötvössiana*.

a) *Calcolo del vettore perturbazione.* — Sottraendo ai valori delle derivate seconde che risultano dalle prime colonne della tabella VI, i *valori normali* che competono all'ellissoide internazionale (Madrid, 1921) e che in media, per la latitudine considerata, sono i seguenti (sempre in unità 10^{-9} c.g.s.):

$$U_{xz}^n = +8,1 \quad ; \quad U_{yz}^n = 0 \quad ; \quad U_{\Delta}^n = -5,0 \quad ; \quad U_{xy}^n = 0 \quad ;$$

si ottengono le *anomalie U''* dovute a masse perturbanti nel sottosuolo. Esse sono riportate nella tabella IX.

Da queste si ricava subito il *vettore perturbazione \vec{P}* , definito dalle

$$P = \sqrt{(U''_{xz})^2 + (U''_{yz})^2} \quad , \quad \text{tg } \gamma = \frac{U''_{yz}}{U''_{xz}} \quad . \quad [14]$$

Questi valori sono riportati nella tabella IX. Graficamente tali vettori sono rappresentati in fig. 6. Come si vede, la loro direzione è in generale ortogonale alle isanomale gravimetriche (a meno delle anomalie locali: v. c), ed il loro verso orientato ai Colli Euganei (v. b).

b) *Contributo regionale.* — I valori \bar{U}''_{xz} , \bar{U}''_{yz} si possono considerare come il contributo *regionale* della perturbazione: per la zona in esame risulta:

$$\bar{U}''_{xz} = -5,9 \text{ E} \quad ; \quad \bar{U}''_{yz} = -14,0 \text{ E} \quad . \quad [15]$$

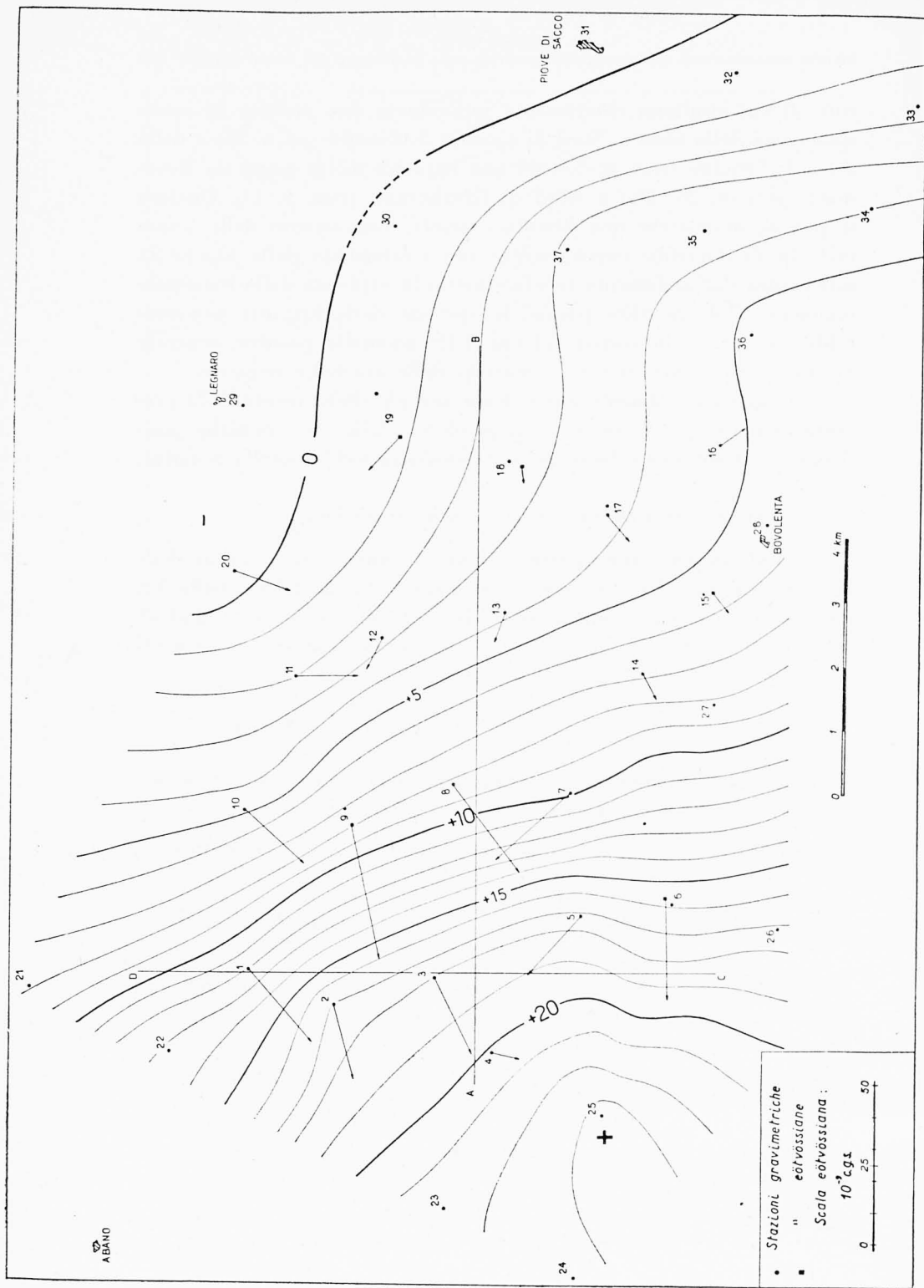


Fig. 6 - Anomalie secondo Bouguer (equidistanza in mgal) e vettore Eötvössiano della perturbazione totale.

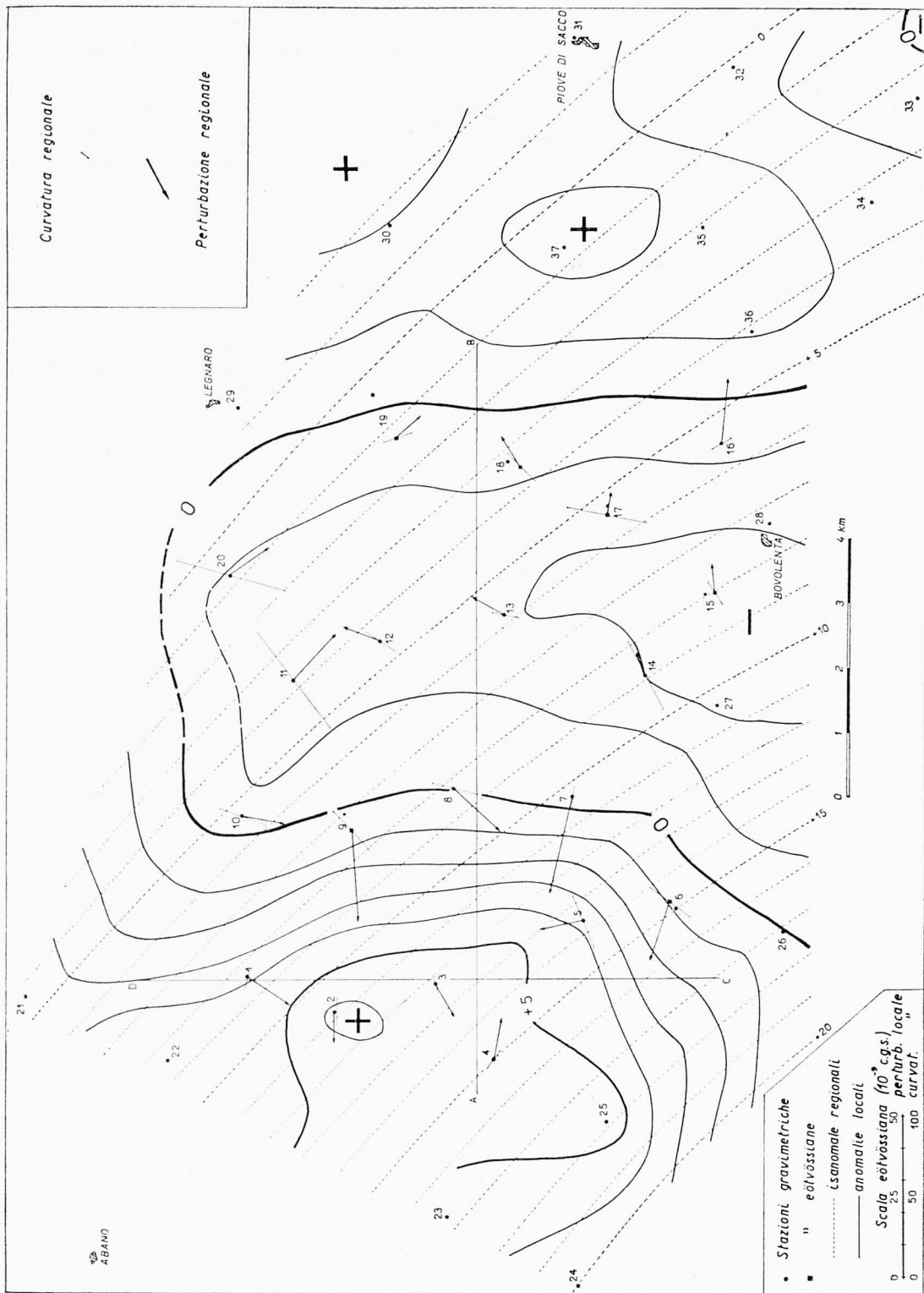


Fig. 7 - Isoanomalie gravimetriche regionali e residue (equidistanza in mgal) e vettore eotvossiano della perturbazione locale.

TABELLA IX

Anomalie nelle derivate seconde del potenziale, modulo e azimut del vettore perturbazione. Perturbazione locale P_1 e suo azimut λ . Curvatura locale K_1 e suo azimut μ .

N.	U''_{xz}	U''_{yz}	U''_{Δ}	$2U''_{xy}$	P	γ	P_1	λ	K_1	μ
	E	E	E	E	E	° ′	E	° ′	E	° ′
1	- 19,4	- 22,5	÷ 6,0	÷ 17,9	29,7	229 14	16,0	212 12	11,9	102 30
2	- 5,9	- 22,5	÷ 7,6	÷ 27,6	23,3	255 19	8,5	270 00	20,7	92 30
3	- 11,1	- 23,2	÷ 11,4	÷ 16,9	25,7	244 26	10,6	240 32	10,6	74 10
4	- 8,1	- 1,8	÷ 16,9	- 5,0	8,3	192 32	12,4	100 13	14,4	305 40
5	÷ 16,6	- 18,5	- 7,8	- 24,2	24,8	311 54	22,9	348 41	34,9	247 20
6	- 0,2	- 31,9	17,2	- 12,2	31,9	269 38	18,8	287 40	31,9	217 10
7	÷ 23,5	- 20,7	÷ 7,0	÷ 20,7	31,4	318 38	30,2	282 50	14,1	96 10
8	- 20,3	- 27,1	÷ 36,9	÷ 13,4	33,8	233 09	19,4	222 18	29,2	13 20
9	- 8,6	- 41,4	- 14,5	19,0	42,3	258 16	27,5	264 22	34,5	227 40
10	- 18,3	- 16,0	÷ 41,3	÷ 7,8	24,3	221 10	12,6	189 10	32,8	18 10
11	- 19,0	÷ 0,1	÷ 54,1	÷ 67,9	19,0	179 42	19,2	132 54	76,3	53 20
12	÷ 4,8	9,8	÷ 24,8	÷ 17,6	10,9	296 06	11,5	21 26	19,6	34 00
13	÷ 3,2	- 9,1	÷ 25,3	÷ 9,8	9,6	289 22	10,3	29 37	17,1	10 30
14	- 4,1	- 7,8	13,8	- 35,9	8,8	242 16	6,5	73 49	48,1	242 50
15	- 5,0	- 6,2	÷ 18,4	÷ 20,7	8,0	231 07	7,9	83 25	17,2	54 40
16	- 7,9	÷ 5,1	÷ 21,7	- 0,7	9,4	147 09	19,2	95 58	14,8	330 40
17	- 7,1	- 8,1	÷ 42,8	- 4,4	10,8	228 46	6,0	101 30	52,5	192 20
18	- 0,7	- 5,3	÷ 26,8	÷ 24,8	5,3	262 29	10,1	59 08	25,7	44 40
19	- 12,4	- 8,1	÷ 25,8	÷ 0,9	14,8	213 09	8,8	137 46	18,2	341 20
20	- 17,0	- 6,1	- 57,8	10,0	18,1	199 44	13,6	144 35	68,4	194 10

Con essi si può ricavare la parte *regionale* del vettore perturbazione gravimetrica nella zona, definito dalle:

$$P_r = 15,2 E \quad ; \quad \delta = 245^\circ 10'.$$

Essa è riportata graficamente in alto a destra nella fig. 7, ed indica in quale direzione e verso, e con quale intensità la gravità U_z varia in media linearmente nella zona considerata. Come si vede, tale vettore regionale è ortogonale all'andamento medio delle isoanomalie regionali, e diretto sostanzialmente, per il centro della zona in esame, verso il baricentro dei Colli Euganei.

Analogamente risulta:

$$\overline{U''_{\Delta}} = +8,5 E \quad ; \quad 2\overline{U''_{xy}} = +6,7 E \quad ; \quad [15']$$

da cui si ricava la parte regionale della curvatura K e dell'azimut della sezione principale di curvatura massima:

$$K_r = -7,6 E \quad ; \quad \omega = 61^\circ 45'.$$

Queste sono pure riportate in alto a destra nella fig. 7. $\bar{U}_\Delta = \text{cost.}$ e $2 \bar{U}_{xy} = \text{cost.}$ indicano in quale misura il gradiente verticale U_{zz} è perturbato in maniera costante nella zona in esame.

c) *Contributo locale.* — Sottraendo al vettore perturbazione (a) il contributo regionale (b), si ottiene il vettore \vec{P}_1 che rappresenta il contributo *locale* della perturbazione. Il modulo P_1 e l'azimut λ di questi vettori sono riportati nella tabella IX, mentre graficamente essi sono rappresentati in fig. 7. Come si vede, essi sono in generale ortogonali alle isoanomale gravimetriche residue: il che è un ulteriore controllo dell'esattezza delle misure cötvössiane e dei calcoli finora eseguiti.

Analogamente si ricava il modulo K_1 e l'azimut μ del contributo *locale* alla curvatura. Tali valori sono riportati pure nella tabella IX, nonché nella fig. 7.

I valori delle derivate seconde del potenziale gravitazionale terrestre, ridotti per la cartografia e al meridiano astronomico (§ 4) e qui controllati per confronto con le misure mediante gravimetro, si possono ora utilizzare più dettagliatamente a scopo geofisico.

7. *Calcolo della perturbazione locale completa.* — Dato il carattere sperimentale della presente ricerca, abbiamo ritenuto opportuno procedere al calcolo completo degli elementi del campo perturbante, allo scopo di discuterne le possibilità per l'interpretazione geofisica.

Convienne infatti ricordare subito che, come nel caso del magnetismo terrestre sono le anomalie della *componente verticale* che meglio si prestano per l'interpretazione dei risultati, così nel campo gravitazionale sono le anomalie della $U_z (= g)$, U_{zz} e U_{zzz} che sono le più convenienti per l'analisi delle cause del campo perturbante locale. E conviene calcolare tutte e tre queste anomalie, in quanto — com'è noto — l'influsso di un elemento di massa è sulla U_z (gravità) inversamente proporzionale al *quadrato* della distanza, sulla U_{zz} (gradiente) al *cubo* della distanza e sulla U_{zzz} alla *quarta potenza* della distanza. Quindi le anomalie della U_{zzz} rispecchieranno soprattutto l'influsso delle masse perturbanti più superficiali, quelle della U_{zz} delle masse perturbanti un po' più profonde e quelle della U_z l'influsso delle masse perturbanti alla profondità maggiore.

Per il calcolo di U_z , U_{zz} e U_{zzz} abbiamo seguito il metodo recentemente proposto da H. Haalek ⁽¹¹⁾, che consiste nello sviluppare

in serie le differenze del potenziale U fra due punti vicini $P_1(x, y)$ e $P_0(x_0, y_0)$, e le sue derivate prime e seconde:

$$U = U_0 + U_x (x-x_0) + U_y (y-y_0) + \dots \quad [16]$$

$$U_x = (U_x)_0 + U_{xx} (x-x_0) + U_{xy} (y-y_0) + \dots \quad [17]$$

$$U_{xz} = (U_{xz})_0 + U_{xxz} (x-x_0) + U_{xyz} (y-y_0) + \dots \quad [18]$$

$$U_{yz} = (U_{yz})_0 + U_{yyz} (x-x_0) + U_{yyz} (y-y_0) + \dots \quad [19]$$

$$U_{zz} = (U_{zz})_0 + U_{zzx} (x-x_0) + U_{zzy} (y-y_0) + \dots \quad [20]$$

I) Supponendo i punti tanto vicini da poter trascurare i termini di ordine superiore, e considerando una distribuzione di punti attorno al punto P come indicata dalla fig. 8, in cui sia d la lunghezza del lato, si avrà:

a) per la [18], dalla carta delle isogamme di U_{xz} :

$$U_{xz} = \frac{U_{xz}}{2d} \cdot \left\{ I + II - (III + IV) \right\};$$

b) per la [19], dalla carta delle isogamme di U_{yz} :

$$U_{yz} = \frac{U_{yz}}{2d} \cdot \left\{ II + III - (I + IV) \right\};$$

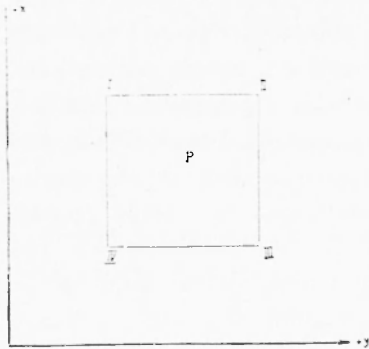


Fig. 8 - Schema adottato per i calcoli nell'intorno del punto P .

dove per brevità abbiamo scritto U_{xz} ($I + II$) anziché $(U_{xz})_I + (U_{xz})_{II}$ ecc.

Poiché differenziando l'equazione di Laplace:

$$U_{xx} + U_{yy} + U_{zz} = 0$$

secondo z si ottiene:

$$U_{zz} = -U_{xx} - U_{yy}$$

ostituendo in questa i valori precedenti, risulta:

$$U_{zz} = \frac{1}{2d} \cdot \left\{ U_{xz} \left[(III + IV) - (I + II) \right] + U_{yz} \left[(I + IV) - (II + III) \right] \right\}.$$

Si vede quindi come dalle carte delle isogamme di U_{xz} e U_{yz} si possa calcolare in maniera molto semplice per intanto U_{zz} .

Per l'esecuzione pratica del calcolo, conviene dividere la zona in esame in un numero sufficientemente grande di quadrati, con i lati paralleli agli assi x e y . La distanza d va scelta in funzione della pre-

cisione consentita dalle carte delle isogamme, e della precisione richiesta per i risultati. Nel nostro caso, è stato assunto $d = 500$ m.

La media delle U_x e U_y calcolate nei singoli punti si può considerare come il *contributo regionale* della perturbazione:

$$\bar{U}_{xz} = -3 E \quad ; \quad \bar{U}_{yz} = -8 F .$$

La distribuzione spaziale di U_{zzz} nella zona considerata risulta dalla fig. 9.

In maniera del tutto analoga, leggendo i valori dalle carte delle

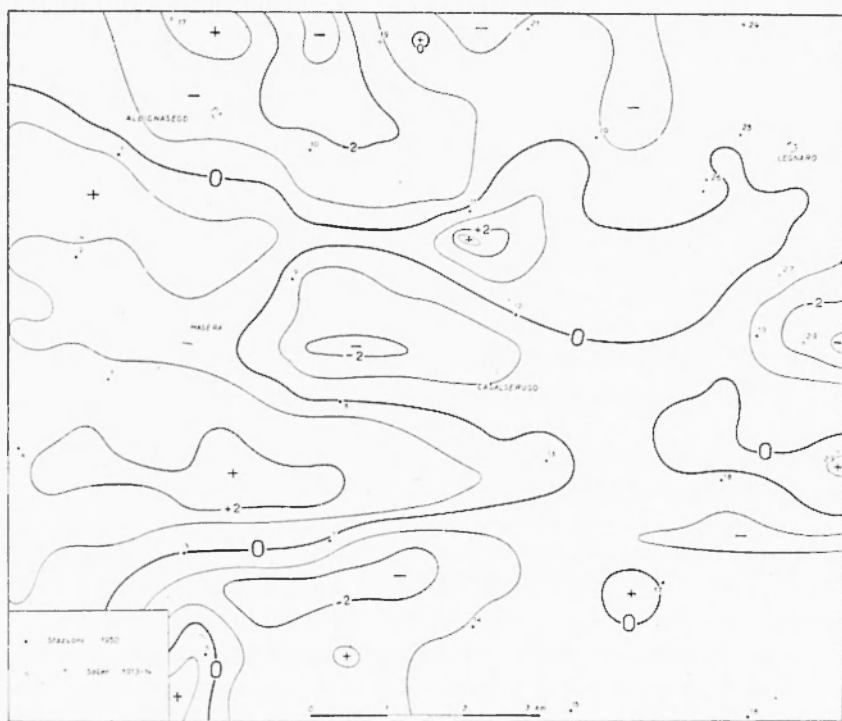


Fig. 9 - Isoanomalie di U_{zzz} (in 10^{-10} e.g.s.).

isogamme di U_x e $2U_y$ si ricava per i punti di mezzo dei quadranti i valori di U_{zx} e U_{zy} dalle formule:

$$U_{zx} = \frac{1}{2d} \cdot \left\{ U_x \left[(I + II) - (III + IV) \right] + 2U_y \left[(I + IV) - (II + III) \right] \right\}; \quad [21]$$

$$U_{zy} = \frac{1}{2d} \cdot \left\{ U_x \left[(I + IV) - (II + III) \right] + 2U_y \left[(III + IV) - (I + II) \right] \right\}. \quad [22]$$

II) Per il calcolo di U_z indichiamo anzitutto con a, b, c, \dots i vertici che si trovano su una parallela all'asse x , con l'indice 1, 2, 3 ... tutti quelli che si trovano sulla prima, sulla seconda, sulla terza, ... parallela all'asse y , e con A_i, B_i, C_i, \dots i centri dei quadrati (v. fig. 10).

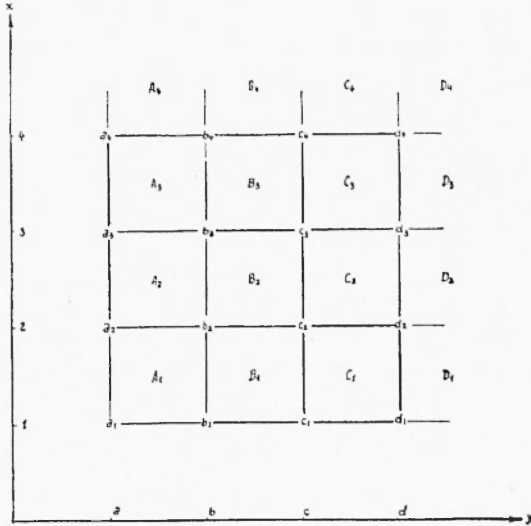


Fig. 10 - Schema della nomenclatura dei punti.

Nella direzione di un singolo profilo verticale a, b, \dots potremo allora scrivere, per la [17]:

$$\begin{aligned} \text{nel profilo } a: (U_z)_r &= \frac{d}{2} U_{xz} \cdot \left\{ (a_1 + a_2) + (a_3 + a_4) + \dots + (a_{r-1} - a_r) \right\}; \\ \text{» } \text{ » } \quad b: (U_z)_r &= \frac{d}{2} U_{yz} \cdot \left\{ (b_1 + b_2) + (b_2 + b_3) + \dots + (b_{r-1} - b_r) \right\}; \end{aligned}$$

ed analogamente per i profili orizzontali:

$$\begin{aligned} \text{nel profilo 1: } (U_z)_r &= \frac{d}{2} U_{yz} \cdot \left\{ (a_1 + b_1) + (b_1 + c_1) + \dots + \left[(r-1)_1 - r_1 \right] \right\}; \\ \text{» } \text{ » } \quad 2: (U_z)_r &= \frac{d}{2} U_{yz} \cdot \left\{ (a_2 + b_2) + (b_2 + c_2) + \dots + \left[(r-1)_2 - r_2 \right] \right\}; \end{aligned}$$

dove come sopra con U_{xz} ($a_1 + \dots$) abbiamo indicato i valori di U_x

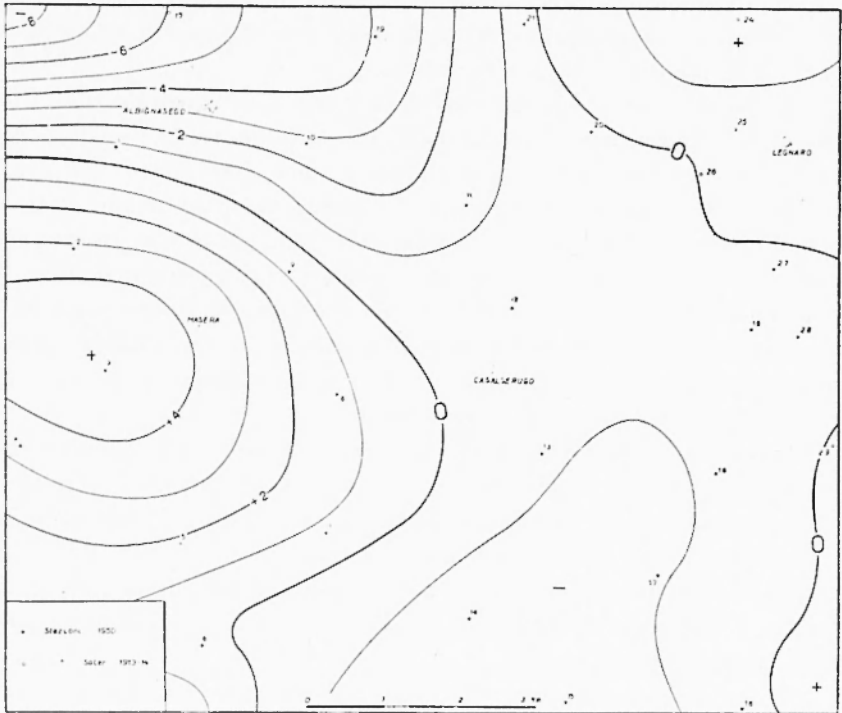


Fig. 11 - Isoanomale (in mgal) di $U_z = g$ calcolate dai valori eötvössiani.

nel punto a_1, \dots , e dove ora dai valori di U_{xz}, U_{yz} si sono prima sottratti i valori regionali $\bar{U}_{xz}, \bar{U}_{yz}$ dati dalle [20].

Per ridurre tutti i profili verticali allo stesso livello, per esempio quello del primo a , bisogna aggiungere a tutti i valori di ogni singolo profilo una costante, che per esempio per il secondo b sarà:

$$C_{a-b} = \frac{1}{n} \cdot \left\{ U_z(a_1 + a_2 + \dots + a_n) - U_z(b_1 + b_2 + \dots + b_n) + \frac{d}{2} \cdot U_{yz} \left[(a_1 + a_2 + \dots + a_n) + (b_1 + b_2 + \dots + b_n) \right] \right\},$$

ecc.

Analogamente per il secondo profilo orizzontale si avrà:

$$C_{1-2} = \frac{1}{n} \cdot \left\{ U_z(a_1 + b_1 + \dots) - U_z(a_2 + b_2 + \dots) + \frac{d}{2} \cdot U_{xz} \left[(a_1 + b_1 + \dots) + (a_2 + b_2 + \dots) \right] \right\}; \text{ ecc.}$$

Naturalmente i valori di U_z risultanti dai profili verticali non coincideranno in generale con quelli risultanti dai profili orizzontali, per cui se ne prenderà poi la media.

Le isoanomale di U_z che così si ricavano sono naturalmente riferite ad un valore base convenzionale. Di solito conviene prendere per base il valore medio della gravità nella zona considerata: ed è ciò che abbiamo appunto fatto anche nel nostro caso, ottenendo le isoanomale riportate in fig. 11. Questa volta poi, dato che interessava fare il confronto fra le isoanomale calcolate con questo metodo e le isoanomale misurate col gravimetro, conveniva anche fissare come base un determinato valore dell'anomalia in una, o in più, stazioni gravimetriche. Assumendo in media i valori delle stazioni 3, 6, 15 e 20 si ottiene (per caso) una correzione nulla.

Come si vede, l'andamento generale coincide con quello della fig. 7: un'anomalia positiva molto spiccata fra le stazioni 2 e 4, altra anomalia positiva ad Est della stazione 16 ed a Nord della stazione 29, e fra queste una decisa anomalia negativa fra le stazioni 15 e 11. Unica differenza marcata l'anomalia negativa a NW della stazione 1 (v. fig. 11), dovuta al fatto che i valori cötvössiani di partenza sono stati ivi estrapolati.

Si ha così un ulteriore controllo dell'esattezza delle osservazioni cötvössiane e dei calcoli fin qui eseguiti.

III) Per il calcolo di U_{zz} , potremo scrivere per i punti di mezzo dei singoli quadratini, in maniera del tutto analoga a quanto fatto nella parte precedente:

nel profilo verticale A :

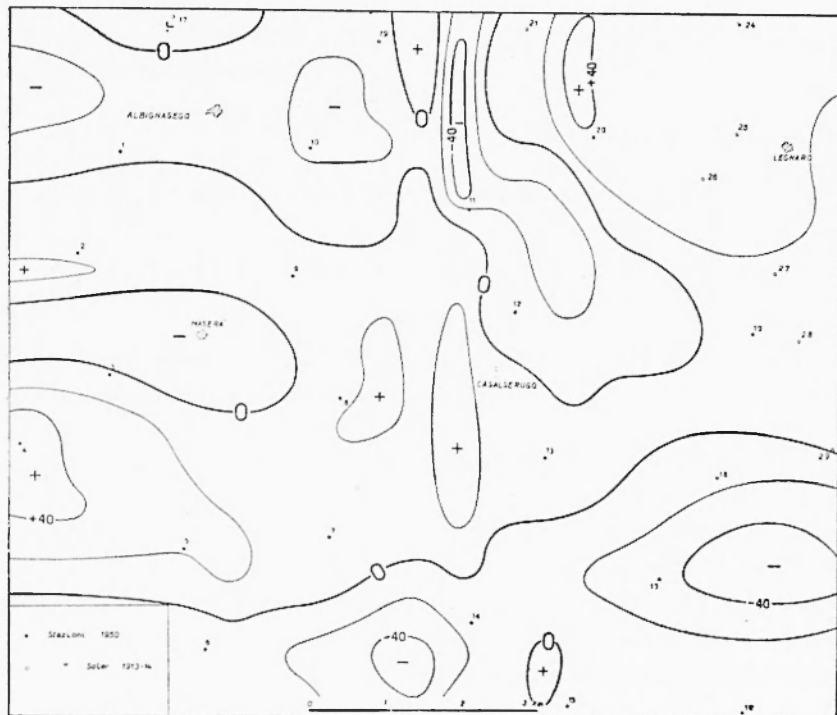
$$(U_{zz})_r = \frac{d}{2} U_{zzx} \cdot \left\{ (A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) + \dots + (A_{r-1} + A_r) \right\};$$

nel profilo orizzontale 1 :

$$(U_{zz})_r = \frac{d}{2} U_{zzy} \cdot \left\{ (A_1 + B_1) + (B_1 + C_1) + \dots + \left[(r-1)_r - r_1 \right] \right\};$$

ecc.

I valori di U_{zzx} , U_{zzy} risultano già calcolati mediante le [21], [22] precedenti. Ed i valori dei singoli profili vengono ridotti allo stesso livello con procedimento del tutto analogo a quello indicato in II). I risultati sono riportati in fig. 12.


 Fig. 12 - Isoanomale di U_{zz} (in 10^{-9} e.g.s.).

IV) Noto U_{zz} si sa dalla Geodesia classica che con l'aiuto dell'equazione di Laplace è possibile ricavare subito i valori separati di U_{xx} e U_{yy} :

$$U_{xx} = -\frac{1}{2}(U_{zz} + U_{\Delta}) ,$$

$$U_{yy} = -\frac{1}{2}(U_{zz} - U_{\Delta}) ,$$

Da queste si potrebbe allora calcolare facilmente le curvature delle sezioni coordinate e quelle delle sezioni principali. Omettendo per brevità questi risultati, passiamo invece al calcolo di U_x e U_y , che si potranno ricavare facilmente in maniera analoga a quanto esposto in III) dalle formule seguenti: per il profilo verticale A :

$$(U_x)_r = \frac{d}{2} U_{xx} \cdot \left\{ (A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) + \dots + (A_{r-1} + A_r) \right\} ,$$

$$(U_y)_r = \frac{d}{2} U_{xy} \cdot \left\{ (A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) + \dots + (A_{r-1} + A_r) \right\},$$

ecc.;

per il profilo orizzontale 1:

$$(U_x)_r = \frac{d}{2} U_{xy} \cdot \left\{ (A_1 + B_1) + (B_1 + C_1) + \dots + \left[(r-1)_1 + r_1 \right] \right\},$$

$$(U_y)_r = \frac{d}{2} U_{yy} \cdot \left\{ (A_1 + B_1) + (B_1 + C_1) + \dots + \left[(r-1)_1 + r_1 \right] \right\},$$

ecc.

I procedimenti di calcolo per la riduzione agli stessi livelli sono identici come sopra. Per brevità non riportiamo i risultati dei calcoli, né i grafici relativi.

Ricordiamo invece che, noti U_x e U_y , dalle

$$\varepsilon_x = \frac{U_x}{g}, \quad \varepsilon_y = \frac{U_y}{g}, \quad [23]$$

è possibile ricavare immediatamente le *componenti della deviazione (locale) della verticale*, relativa alla deviazione media per la zona in esame; e da queste, mediante le

$$\varepsilon = \sqrt{\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2}, \quad \text{tg } \Theta = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x}, \quad [24]$$

la deviazione totale (locale) ε e il suo azimut Θ .

Questi elementi sono riportati graficamente nella fig. 13.

V) Di interesse ancor maggiore, sia teorico che pratico, è la determinazione della forma *locale* del geoide, cioè dei suoi scostamenti dalle ondulazioni regionali; e ciò si può ricavare, per uniformità col procedimento sopra seguito, dalla rappresentazione delle isoanomale del potenziale gravitazionale U .

Dalla [16] si ricava infatti:

per il profilo verticale A :

$$(U)_r = \frac{d}{2} U_x \cdot \left\{ (A_1 + A_2) + (A_2 + A_3) + \dots + (A_{r-1} + A_r) \right\},$$

ecc.;

e per il profilo orizzontale 1:

$$(U)_r = \frac{d}{2} U_y \cdot \left\{ (A_1 + B_1) + (B_1 + C_1) + \dots + \left[(r-1)_1 + r_1 \right] \right\},$$

ecc.

E quindi, riducendo tutti i profili allo stesso livello, mediando i

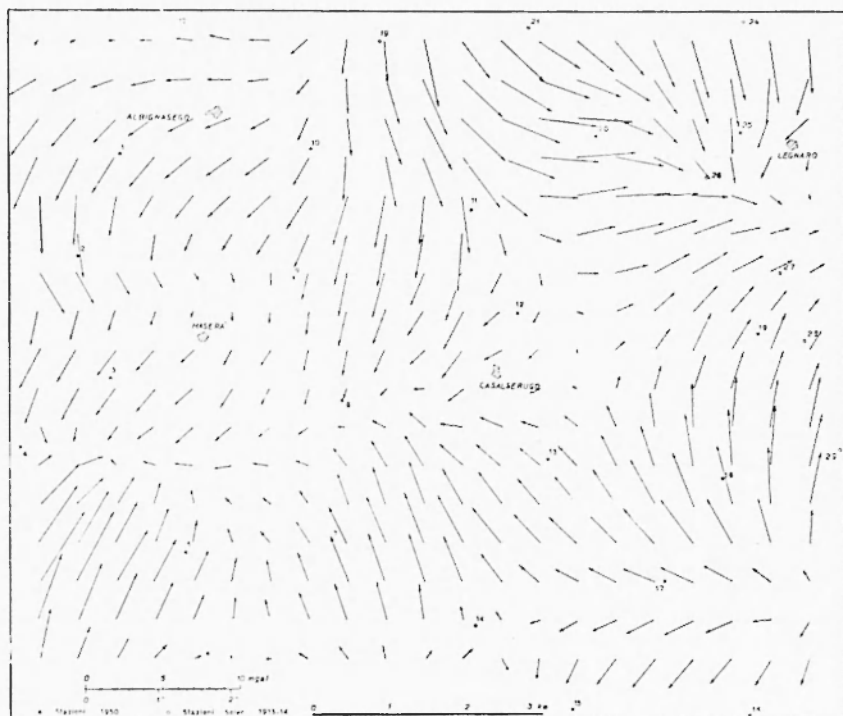


Fig. 13 - Vettore orizzontale della deviazione della verticale (componente orizzontale della gravità).

valori e tenendo conto del valore medio \bar{U} , si ottengono le isoanomale locali di U . Per la

$$z = \frac{U}{\sigma g}$$

si ricava allora subito la distanza z della superficie di livello dalla superficie media (a curvatura costante) per la zona in esame. I risultati conclusivi sono riportati nella fig. 14.

Previa naturalmente la verifica per altra via (v. §§ 6-7), questi risultati dimostrano chiaramente la finezza del metodo.

VI) Interessante è ancora riportare qualche profilo in cui, accanto alla sezione del geoido, risultino anche gli elementi vettoriali della perturbazione sotterranea, suddivisi a seconda della profondità di influsso.

In tali profili figurano perciò nell'ordine:

a) le anomalie secondo Bouguer (dalla fig. 6), con il campo regionale e le anomalie locali (dalla fig. 7);

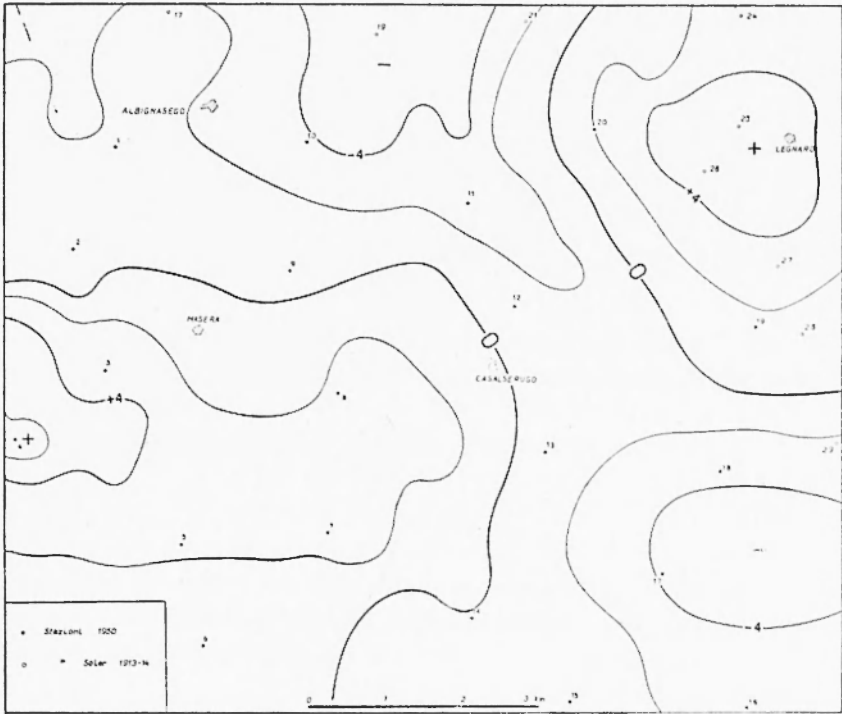


Fig. 14 - Ondulazioni locali del geoide (equidistanza in mm).

b) lo scostamento $z = \frac{U}{g_0}$ del geoide dalla superficie di livello medio:

c) intensità, direzione e verso della componente nel piano del profilo della perturbazione gravimetrica $U_r = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$;

d) intensità, direzione e verso della componente nel piano del profilo del gradiente totale U_{zr} della componente verticale della gravità U_z :

$$U_{zr} = \sqrt{U_{zx}^2 + U_{yz}^2 + U_{zz}^2} \quad ;$$

e) intensità, direzione e verso della componente nel piano del profilo del gradiente totale U_{zr} del gradiente verticale U_{zz} :

$$U_{zr} = \sqrt{U_{zxx}^2 + U_{zzy}^2 + U_{zzz}^2} \quad .$$

I profili (la cui posizione planimetrica risulta dalle figg. 1, 6 e 7) sono uno trasversale (A-B) e uno longitudinale (C-D) e sono riportati

nelle figg. 15 e 16. Da essi risulta chiaramente la corrispondenza fra i vari metodi e la sensibilità dei singoli elementi considerati.

Difatti, a meno delle perturbazioni superficiali locali, l'andamento del geoido corrisponde a quello dell'anomalia gravimetrica (ad eccezione dell'estremità settentrionale del profilo *CD*, dove però — come si è detto — i valori cötvössiani sono estrapolati, e quindi i risultati

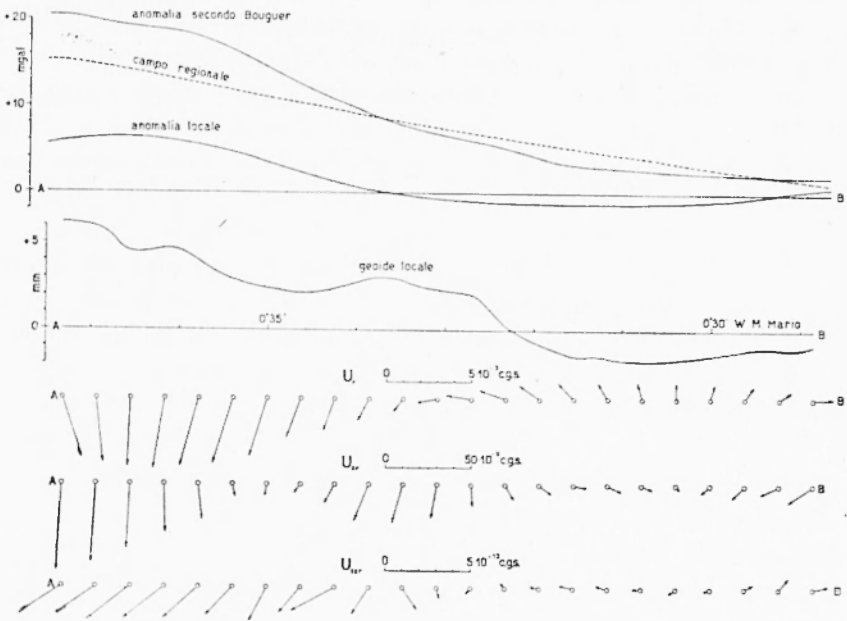


Fig. 15 - Comportamento delle diverse anomalie lungo il profilo AB.

non sicuri: perciò tale parte è tratteggiata in fig. 16), ed i vettori dei gradienti cötvössiani sono orientati verso l'eccesso di densità da cui ha origine l'anomalia geoidica e gravitazionale positiva.

Inoltre, si vede chiaramente l'influenza su U_x , U_{xz} e U_{zz} degli elementi vieppiù superficiali.

3. *Discussione dei risultati.* — a) *Precisione.* — Abbiamo svolto in dettaglio il procedimento del § precedente, soprattutto allo scopo di dimostrarne le possibilità e di controllare attraverso di esso i risultati delle misure con la bilancia di torsione.

Difatti, evidentemente, la precisione del metodo dipende anzitutto dalla precisione delle misure con la bilancia di torsione e delle correzioni applicate: abbiamo già discusso questa precisione (§ 4),

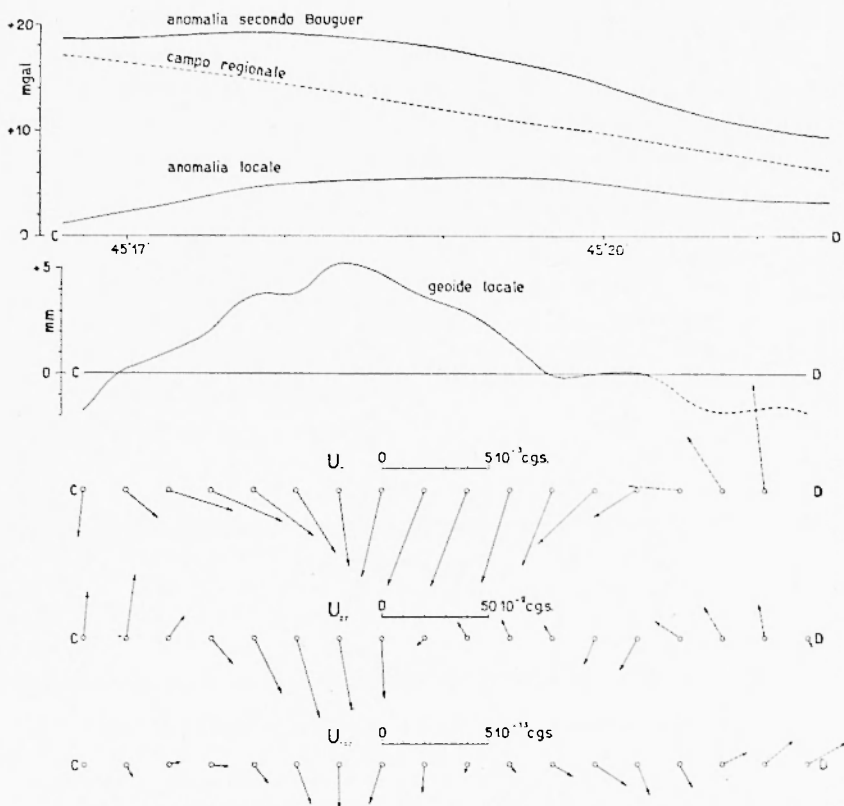


Fig. 16 - Comportamento delle diverse anomalie lungo il profilo CD.

e abbiamo anche avuto successivamente vari controlli soddisfacenti dal confronto fra i risultati delle misure eötvössiane con quelle delle misure con gravimetro (§§ 6-7).

Ma la precisione dei risultati ottenuti nel § precedente dipende anche dalla precisione con cui sono tracciate le isoanomalie degli elementi eötvössiani (figg. 2-5), e quindi in particolare dalla densità e distribuzione delle stazioni; e dalla precisione intrinseca del metodo, che essendo un metodo di integrazione grafica è subordinato essenzialmente alla larghezza d delle maglie.

Complessivamente, il contributo di tutti questi fattori può essere giudicato confrontando la carta delle isoanomalie U_z calcolate dai valori eötvössiani (fig. 11) con la carta delle anomalie gravimetriche residue (fig. 7). Poiché l'accordo è soddisfacente, abbiamo una prova

decisiva della bontà del metodo e dei criteri seguiti sia nell'impostazione che nei calcoli.

Oltre a ciò, è interessante notare che il gradiente gravimetrico messo in evidenza dalle ricerche con gravimetro corrisponde in generale a quello misurato con la bilancia: questo raggiunge i valori massimi dove le isoanomale gravimetriche sono più ravvicinate.

b) *Sensibilità.* — Abbiamo già detto sopra che le masse più profonde agiscono in prevalenza su U_{zz} , mentre U_{zzz} risente specialmente delle masse superficiali. Qui notiamo ancora che l'influsso di una massa che si trovi sull'orizzonte del punto di stazione è piccolo su U_z e U_{zzz} , mentre è invece sensibile su U_{zz} . Perciò questa derivata subirà più delle altre l'influsso delle differenziazioni di densità e delle accidentalità superficiali.

Se ne conclude che delle tre derivate sopra considerate, U_{zzz} sarà soprattutto indicata per l'individuazione di particolarità geologiche interessanti la prospezione geofisica di superficie, mentre U_z darà le migliori indicazioni sulla struttura geologico-tettonica profonda.

Questi elementi sono da considerarsi basilari nell'impostazione e nell'interpretazione dei risultati di una campagna gravimetrico-cötvössiana.

c) *Valori base.* — La conclusione ora menzionata risulta confermata anche dalle seguenti considerazioni. È noto che in corrispondenza di un eccesso di massa U_z sarà sempre positivo, negativo nel caso contrario; invece per U_{zz} e U_{zzz} si hanno in corrispondenza di un eccesso di massa sia un massimo che un minimo: però questo è minore in valore assoluto, per cui esso sarà praticamente poco messo in evidenza, perché è ancora da tener presente che per base della rappresentazione delle isoanomale di U_z e U_{zz} sono stati scelti arbitrariamente i valori medi nella zona esaminata; invece il valore base per la rappresentazione delle isoanomale di U_{zzz} corrisponde al valore nullo. Anche per questo motivo sarà quindi U_{zzz} specialmente indicato per l'individuazione di particolarità geologiche *locali*.

d) *Misure con gravimetro e con bilancia di torsione.* — A conclusione di questa discussione, è opportuno esaminare le possibilità e l'opportunità di queste due diverse specie di misure.

Le misure *con gravimetro* offrono il pregio principale della grande speditezza: e come abbiamo visto la loro sensibilità è massima per variazioni di densità sulla verticale del punto di stazione, mettono in evidenza soprattutto l'influsso di strutture profonde, e non

risentono molto l'influsso di irregolarità superficiali nella densità (che però talvolta possono interessare la prospezione geomineraria). Inoltre le misure gravimetriche, non dobbiamo dimenticarlo, richiedono la conoscenza della quota della stazione esatta entro pochi cm (10 cm, per garantire entro 0,02 mgal la riduzione al geoido); per cui, almeno finora, devono essere accompagnate da lunghe e costose livellazioni geometriche.

Le misure con la *bilancia di torsione* mettono invece in evidenza, come abbiamo visto, la microstruttura del campo perturbante nella sua completezza. Esse sono da considerarsi perciò un mezzo potentissimo e completo di indagine, al quale converrà far ricorso ogni qual volta sia necessario investigare nei più minuti particolari la regione in esame (quando naturalmente la topografia superficiale lo consenta, e non sia invece tale da togliere ogni significato ai valori risultanti; e quando ciò non sia anche dovuto a irregolarità superficiali di densità con carattere locale).

e) *Conclusioni.* — Tenendo presente lo scopo per il quale questa campagna sperimentale è stata eseguita, potremo quindi concludere che nello studio sistematico dell'avampaese dei Colli Euganei:

1) il metodo gravimetrico ed eötvössiano promette risultati del più grande interesse:

2) col gravimetro dovrebbe anzitutto essere eseguito un rilievo a larghe maglie molto esteso, dal quale ricavare il comportamento del campo regionale tutto attorno ai Colli stessi; il raffittimento successivo dovrebbe essere molto dettagliato, in modo da particolareggiare al massimo la struttura profonda:

3) nelle zone di particolare interesse converrebbe poi eseguire le misure con la bilancia di torsione, con preferenza alla fascia più prossima ai Colli Euganei, dove i gradienti siano in valore assoluto certamente superiori agli errori di osservazione.

Con questi criteri l'avampaese degli Euganei si potrebbe considerare esplorato gravimetricamente nella sua completezza e con il massimo dell'economia.

9. *Interpretazione dei risultati.* — È ben noto il grado di indeterminazione connesso con l'interpretazione geofisica delle misure gravimetriche; ed è anche noto che questa indeterminazione diminuisce qualora l'interpretazione venga basata su metodi geofisici diversi. Perciò rimandiamo alla parte III di questo lavoro, dopo l'elaborazione

dei dati magnetici, l'interpretazione dei risultati nel loro insieme. Qui però vogliamo ora accennare alle prime conclusioni che si possono trarre dalle misure gravimetriche.

Intanto osserviamo che un elemento che in questo caso riduce l'indeterminazione delle anomalie gravimetriche è il fatto che la causa delle anomalie stesse è con grande probabilità univoca: massa eruttiva dei Colli Euganei sommersi dall'alluvione, e loro radici. Ciò riduce l'indeterminazione maggiore, derivante dalla *differenza di densità* σ . Difatti, in una prima approssimazione, si può assumere il valore 2,7 per la densità media della massa eruttiva (composta in prevalenza di basalti, $\vartheta = 3,0$; di trachiti, $\vartheta = 2,6$; e di andesiti, $\vartheta = 2,6$), ed il valore 2,0 per la densità dell'alluvione superficiale; per cui σ risulta fissato in 0,7. Inoltre, sono noti i punti di affioramento, per cui si può ammettere — almeno in questa prima ipotesi — che la variabile principale rimanga lo spessore dell'alluvione stesso.

In questa ipotesi, il quadro delle anomalie gravimetriche osservate in superficie si potrà considerare l'immagine della topografia sotterranea (limitando naturalmente questi termini a puro significato di espressione comoda per il primo esame dei risultati).

La fig. 6, e specialmente la fig. 7, ci daranno allora indicazioni sull'andamento dello sperone degli Euganei al di sotto della regione in esame.

La fig. 6 indica chiaramente che la distanza minima dalla superficie si ha in corrispondenza della staz. n. 25 (Carrara), mentre subito dopo si ha verso oriente un gradiente molto forte fino circa a Bovolenta: qui il gradiente si fa minore, e indica anzi una risalita fra Piove di Sacco e Legnaro.

Meglio ancora però le particolarità di questa topografia sotterranea dello sperone degli Euganei si possono vedere dalla fig. 7: all'andamento generale indicato dal campo regionale, si sovrappongono le anomalie locali. Avremo quindi, come già menzionato alla fine del § 5, una cresta in corrispondenza delle stazioni 2-25, ed una risalita abbastanza sensibile dello sperone a NE di Bovolenta, con il massimo in corrispondenza della staz. n. 37 (Brugine). Sotto le stazioni 11-15 (cioè grosso modo fra Casalserugo e Bovolenta) lo sperone degli Euganei presenta invece un avvallamento, che sembra raggiungere la massima profondità proprio ad Ovest di Bovolenta.

Però, come già abbiamo detto, sarebbe equivalente negli effetti la presenza di masse (eruttive) più dense in corrispondenza dell'anomalia positive, e meno dense per l'anomalia negativa.

Invece le isoanomale di U_{zz} e U_{zzz} (figg. 12 e 9) rivelano nelle loro linee generali l'andamento delle differenze di densità delle masse più vicine alla superficie. Qui però è appunto proprio l'influsso delle accidentalità superficiali a rendere l'andamento piuttosto movimentato, ed a questo si aggiunge l'influsso degli errori di osservazione che agiscono separatamente sulle figg. 2-5. Per tutti questi motivi, non ha molto significato l'applicazione di uno dei metodi ⁽¹¹⁾ per la determinazione della profondità dello sperone, basata sulla derivata terza U_{zzz} .

E poi da tener presente il diverso comportamento dei gradienti orizzontali U_{xz} , U_{yz} e U_{zz} rispetto ai valori normali: difatti, mentre il valore normale di U_{xz} varia da 0 a $8E$, ed i valori del gradiente che si osservano sono in genere compresi fra 3 e $100E$, sicché la precisione di $\pm 1E$ è sufficiente per i valori osservati, il gradiente normale U_{zz} ha in media il valore di $3086E$, mentre i valori dovuti alle masse perturbanti sono ancora compresi fra 3 e $100E$. Cioè, mentre per il gradiente orizzontale il valore normale è al massimo all'incirca $1/10$ dei valori dovuti alle masse perturbanti, per il gradiente verticale esso è circa 100 volte maggiore di questi. La misura *diretta* di U_{zz} deve quindi garantire almeno una precisione del 3%: cioè, non è in generale possibile con la bilancia di torsione, dove la precisione è al massimo dell'1%: e non ha significato con i gravimetri, se la costante di scala non è esatta almeno all'1%.

Né il vantaggio della conoscenza di U_{zz} per l'interpretazione geofisica è in realtà predominante come generalmente si ritiene, specialmente per il calcolo della profondità della massa perturbante ⁽¹²⁾. Per cui in generale potrà risultare sufficiente in pratica il calcolo nel modo consueto del gradiente orizzontale e dei valori della curvatura.

Come si vede, i risultati — se pur qui solo abbozzati — sono molto interessanti. Ci ripromettiamo di ritornare più in dettaglio su questo argomento nella parte III, dopo aver esaminato anche i risultati delle misure magnetiche. Qui concludiamo confermando ancora una volta la bontà dei risultati che i metodi gravimetrico ed eötvössiano possono fornire in una regione come quella in esame.

Istituto Naz. di Geofisica - Osserv. di Trieste - Ottobre 1950.

RIASSUNTO

Allo scopo soprattutto di esaminare le possibilità pratiche di un rilievo geofisico nell'avampese attorno ai Colli Euganei, sono state eseguite in una zona di pianura fra Battaglia, Pontelongo e Ponte S. Nicolò misure gravimetriche e magnetiche; qui si rende conto delle prime. Esse sono state eseguite con bilancia di torsione Eötvös-Schweydar, grande modello a registrazione fotografica (20 stazioni) e con gravimetro Western (37 stazioni). Per la bilancia di torsione viene proposto un nuovo metodo per il calcolo delle derivate seconde, specie per riguardo al calcolo rigoroso dei loro errori medi; per l'elaborazione completa dei risultati è stato seguito il metodo recentemente proposto da Haalck. I risultati delle misure gravimetriche confermano quelli ricavati dal rilievo eötvössiano, che risulta così controllato nell'esecuzione e nell'elaborazione. Ciò ha consentito di passare con fiducia al calcolo di tutti gli elementi del campo perturbante, dai quali si è poi ricavata la forma locale del geoide. L'applicabilità e la convenienza delle misure eötvössiane e gravimetriche viene discussa, con particolare riferimento alla zona in esame. Viene infine fatto cenno all'andamento dello sperone dei Colli Euganei in corrispondenza di questa.

BIBLIOGRAFIA

(1) MORELLI C.: *La rete geofisica e geodetica in Italia nel suo stato attuale e nei suoi rapporti con la struttura geologica superficiale e profonda*. Parte 1^a: *Stato attuale della rete geofisica e geodetica in Italia*. Sez. 2^a: *Rete gravimetrica*. Tecnica Italiana, Trieste, dic. 1916.

(2) SOLER E.: *Primi esperimenti con la bilancia di Eötvös appartenente al Gabinetto di Geodesia della R. Università di Padova*. Mem. R. Ist. Ven., vol. XXVIII, n. 8, 1913.

(3) SOLER E.: *Prima campagna con la bilancia di Eötvös nei dintorni di Padova (Mandria-Montemerlo)*. Mem. R. Ist. Ven., vol. XXVIII, n. 10, 1914.

(4) SOLER E.: *Seconda campagna con la bilancia di Eötvös nei dintorni di Padova (Mandria-Pontelongo)*. R. Comm. Geod. It., Padova, 1916.

(5) SOLER E.: *Campagna geofisica nella regione carsica di Postumia eseguita dall'Istituto di Geodesia della R. Università di Padova nel 1931-32 con il concorso delle R. Grotte Demanioli*. Mem. Ist. It. Speleologia. Serie Geol. e Geof., Mem. I, Trieste, 1934.

(6) MORELLI C.: *Collegamento gravimetrico Padova-Trieste e rilievo gravimetrico regionale del Veneto centro-orientale*. Rivista di Geofisica Applicata, XI, n. 2, Milano 1950.

- (7) NORINELLI A.: *Livellazione geometrica nel sud-est di Padova*. Atti Ist. Veneto, in corso di pubblicazione.
- (8) MARCANTONI A.: *Sul calcolo numerico delle derivate seconde del potenziale terrestre ottenute mediante misure cötvössiane*. Boll. Comit. Geod. e Geof. del C.N.R., s. II, a. VII, 1-2, 19-31, 1937.
- (9) BOAGA G.: *Teoria della bilancia di torsione*. L'Universo, XXII-XXIII, die. 1941 - genn.-febb. 1942.
- (10) SCHLEUSENER A.: *Grundlagen der grossregionalen Gravimetermessungen für das Amt für Bodenforschung*. Geol. Jahr. 1943-48, Bd. 61, Celle, 1948.
- (11) HAALCK II.: *Die vollständige Bestimmung örtlicher gravimetrischer Störungsfelder aus Drehwaagemessungen mit Berechnungsbeispiel*. Veröff. Geod. Inst. Potsdam, n. 4, 1950.
- (12) SCHLEUSENER A.: *Einige kritische Bemerkungen über die Bedeutung des vertikalen Gradienten für die Lagerstättengeophysik*. Beitr. z. angew. Geophysik, Bd. 9, H. 3/4, 303-314, 1942.